DETERMINACIÓN DEL MODELO DE GEOIDE GRAVIMÉTRICO DE ALTA PRECISIÓN Y RESOLUCIÓN DE LA COMUNIDAD VALENCIANA

INFORME FINAL

Ángel Martín Furones
Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría
Universidad Politécnica de Valencia

Raquel Capilla Romà
Instituto Cartográfico Valenciano

INDICE

1.- Introducción..... 4
2.- Metodología..... 4
3.- Obtención de los datos..... 6
3.1.- Modelo geopotencial global..... 6
3.2.- Medidas de gravedad..... 7
3.3.- Modelo digital de elevaciones y modelo digital batimétrico..... 10
4.- Desarrollo del Software..... 19
4.1.- Cálculo de las cantidades relacionadas con el modelo geopotencial global.. 19
4.2.- Cálculo del efecto terreno (topografía y batimetría) sobre las medidas de gravedad..... 22
4.3.- Resolución de la integral de Stokes..... 25
4.4.- Cálculo del efecto indirecto..... 27
4.5.- Interpolación del campo gravitatorio..... 28
5.- Análisis de los datos..... 28
6.- Cálculo del modelo de geoide..... 31
7.- Análisis y ajuste del modelo de geoide..... 33
8.- Difusión y explotación del modelo..... 34
8.1.- Herramientas en WEB..... 35
8.2.- Optimización de la infraestructura geodésica pasiva..... 36
9.- Conclusiones..... 37
10.- Bibliografía..... 38
Anejo I: Transformación entre los marcos de referencia ED50 y WGS84..... 41

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al SGE el haber proporcionado el MDE, al BGI y al IGN la base de datos gravimétrica, y al ICV, el haber financiado, parcialmente, este proyecto.

1. INTRODUCCIÓN

Hasta la fecha la Comunidad Valenciana no disponía de un modelo de geoide gravimétrico propio de alta precisión y resolución que complete y complemente el desarrollo geodésico y cartográfico que se está llevando a cabo en la Comunidad por parte de diferentes entidades públicas (Instituto Cartográfico Valenciano, Universidades de la Comunidad, Consellerías, Diputaciones Provinciales, Catastro, etc.) que solicitan y necesitan del mismo para el cumplimiento de sus objetivos. Además son ya numerosas las empresas del sector privado que, en un momento u otro, han expresado el interés que despierta la elaboración de un modelo de geoide para la Comunidad Valenciana.

Este interés se fundamenta, sobre todo, en que el creciente empleo de las técnicas de posicionamiento global para la determinación de las coordenadas de los diferentes puntos de la superficie terrestre, tanto en aplicaciones topográficas como de ingeniería, hace necesario el conocimiento de la superficie del geoide con la precisión necesaria, en función del tipo de trabajo, para dotar de altitud ortométrica a dichos puntos, ya que las diferencias entre las altitudes elipsoidales y ortométricas puede llegar a ser de hasta 10 cm./Km., Sánchez (1999), Gili et al. (2000), convirtiéndose en un elemento indispensable para la correcta definición de un sistema de referencia altimétrico consistente tanto en Tierra como en Mar. Así la utilización completa de los sistemas GNSS en las actividades geodésicas pasa por disponer de un modelo de geoide que permita la determinación de altitudes ortométricas con gran rendimiento temporal y económico, conduciendo a obtener con exactitud las cotas en aquellos lugares donde se necesite disponer de esta referencia. Las múltiples aplicaciones posteriores de este tipo de datos se extienden a estudios de variación del nivel del mar en puertos de la Comunidad Valenciana, delimitación del litoral y topografía de detalle en zonas lacustres, marjales, humedales o cualquier zona crítica desde el punto de vista ambiental o de recursos hídricos, disponiendo así de puntos de referencia precisos para estudiar los cambios y evolución, tanto en diferentes épocas del año como a largo plazo. Por otro lado, la implantación y proyectos de nuevas infraestructuras demanda la existencia de una distribución de datos altimétricos conocidos y fiables en la Comunidad Valenciana (AVE, trasvases, autovías), con el fin de adecuar y optimizar el proyecto o ejecución del trazado de los mismos minimizando costes y tiempo de ejecución. El esfuerzo de realizar estas infraestructuras en zonas carentes de una referencia geodésica de este tipo supone un gasto económico y esfuerzo adicional en recursos humanos y tiempo, que se podrían evitar.

Por último, debido a la cada vez mayor interrelación entre numerosas disciplinas, cada día es más importante el conocimiento del geoide ya que son muchas las aplicaciones que requieren de él, tanto en el ámbito de la Geodesia y Geofísica como en el de la Hidrografía, Oceanografía, Geología, etc., Vanicek et al. (1994), Tapley et al. (2004). Por lo tanto las aplicaciones de los modelos de geoide van mucho más allá que las meramente cartográficas o geodésicas, complementando al resto de ciencias de la Tierra.

2. METODOLOGÍA

La metodología de cálculo actual de un modelo de geoide local se basa en la técnica eliminar-restaurar: eliminación de las largas longitudes de onda del potencial gravitatorio utilizando un modelo geopotencial global sobre las anomalías de gravedad observadas, resolución local de la ondulación a partir de las anomalías reducidas o residuales y restauración de las largas longitudes de onda sobre la ondulación del geoide, p.e. Sjöberg (2005) o Kiamehr (2006).

Esta técnica se aplica a dos escenarios diferentes: el primero de ellos se basa en la resolución de la ondulación del geoide resolviendo la integral de Stokes sobre las anomalías de gravedad Helmert (o anomalías de Faye) reducidas mediante el modelo global y posterior obtención del efecto indirecto, p.e. Denker et al. (2005) o Huang y

Véronneau (2005) y la segunda se basa en la resolución de las anomalías de altura, escenario propuesto por Molodensky, a partir de la colocación mínimo cuadrática sobre las anomalías residuales utilizando el modelo global y el modelo residual del terreno y posterior transformación de las anomalías de altura a ondulaciones de geoide, p.e. Li y Sideris (1997) o Sansó y Tscherning (2003).

Ambos escenarios proporcionan la misma solución, Dermanis (1984), por lo que se ha optado por la resolución siguiendo el escenario marcado por Stokes-Helmert ya que las anomalías de gravedad Helmert utilizadas en el desarrollo del mismo presentan un significado geofísico y tectónico importante y útil para otras disciplinas. La resolución Stokes-Helmert para la ondulación del geoide *N* se puede resumir a partir de la siguiente formulación:

$$N = N_{\Delta g} + N_{MG} + N_{IND} \tag{1}$$

Con:

$$N_{\Delta g} = \frac{R}{4\pi\gamma}\iint_{\sigma} S(\psi)\Delta g\, d\sigma \tag{2}$$

Las anomalías de gravedad Δg que se introducen en la integral de Stokes anterior se obtienen calculando la anomalía de gravedad reducida en cada uno de los puntos donde se conoce la gravedad mediante la expresión:

$$\Delta g_{Red} = \Delta g_{AL} - \Delta g_{MG} - 2\pi K\rho H_P + C + \delta\Delta g \tag{3}$$

Es decir, a las anomalías aire-libre Δg_{AL} se le quitan las largas longitudes de onda del potencial anómalo mediante las anomalías del modelo global Δg_{MG}:

$$\Delta g_{MG} = \Delta g_{cero} + \frac{KM}{r^2}\sum_{n=2}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(\delta\overline{C_{nm}}\cos m\lambda + \overline{S_{nm}} sen m\lambda\right)\overline{P_{nm}}(\cos\theta) \tag{4}$$

Se corrigen por lámina de Bouguer $2\pi K\rho H$, se aplica la clásica corrección por terreno *C:*

$$C = K\rho\iint_{\sigma}\int_{H_P}^{H}\frac{(z - H_P)}{d^3}d\sigma\, dz \tag{5}$$

Y se añade el efecto indirecto sobre la gravedad, Wichiencharoen (1982):

$$\delta\Delta g = \frac{2\pi K\rho H_P^2}{R} \tag{6}$$

Con estas anomalías, que son de valor elevado pero muy suaves, se construye una malla utilizando interpolación por predicción mínimo cuadrática, Moritz (1980), obteniendo Δg_{Red}^{grid}. En esta malla se restituye la lámina de Bouguer resultando las anomalías Faye que son las que se deben introducir en la integral de Stokes siguiendo el escenario propuesto por Stokes-Helmert.

$$\Delta g = \Delta g_{Red}^{grid} + 2\pi K\rho H^{grid} \tag{7}$$

Se completa la ecuación 1 con la restauración de las largas longitudes de onda que aporta el modelo global sobre las ondulaciones del geoide y el cálculo del efecto indirecto, respectivamente:

$$N_{MG} = N_{cero} + \frac{KM}{r\gamma}\sum_{n=2}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(\delta\overline{C_{nm}}\cos m\lambda + \overline{S_{nm}} sen m\lambda\right)\overline{P_{nm}}(\cos\theta) \qquad (8)$$

$$N_{Ind.} = -\frac{\pi K\rho H_P^2}{\gamma} - \frac{K\rho}{6\gamma}\iint_{\sigma}\frac{H^3 - H_P^3}{d^3}d\sigma \qquad (9)$$

Donde R y a son valores del radio medio y el semieje mayor del elipsoide de referencia; Δg y γ las anomalías aire-libre y la gravedad normal sobre el geoide y el elipsoide respectivamente, $d\sigma$ el elemento diferencial de superficie, KM y ρ la constante geocéntrica gravitatoria y el valor de densidad media, $S(\psi)$ la función núcleo de Stokes, Heiskanen y Moritz (1985); r, θ, λ las coordenadas geocéntricas, $\overline{P_{nm}}(\cos\theta)$ son las funciones asociadas de Legendre totalmente normalizadas, H es la altitud, d la distancia entre dos puntos, Δg_{cero} y N_{cero} son las constantes cero del desarrollo armónico esférico del potencial anómalo particularizadas para las anomalías de la gravedad y para la ondulación del geoide, apartado 4, y $\delta\overline{C_{nm}}$ y $\overline{S_{nm}}$ son los coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados del potencial anómalo donde:

$$\delta\overline{C_{2,0}} = \overline{C_{2,0}} - \overline{C}_{2,0(ref)}; \delta\overline{C_{4,0}} = \overline{C}_{4,0} - \overline{C}_{4,0(ref)}; \delta\overline{C_{6,0}} = \overline{C}_{6,0} - \overline{C}_{6,0(ref)}; \delta\overline{C_{8,0}} = \overline{C}_{8,0} - \overline{C}_{8,0(ref)}$$

$$\delta\overline{C_{n,m}} = \overline{C_{n,m}}, \quad si \quad (n,m) \neq (2,0),(4,0),(6,0),(8,0)$$

Los términos con subíndice *ref.* indican que son los coeficientes calculados para el elipsoide de referencia, en este caso el GRS80, Moritz (1984), idéntico al WGS84 a nivel práctico, Pavlis (1998).

3. OBTENCIÓN DE LOS DATOS

Tres son las principales fuentes de datos necesarias para la obtención del modelo de geoide local: un modelo geopotencial global, datos de gravedad sobre el área de definición y un modelo digital de elevaciones y batimétrico.

Las coordenadas planimétricas han sido referidas al marco ETRF89, la altimetría y batimetría han sido referidas al nivel medio del mar en Alicante para asegurar la consistencia entre las dos fuentes de datos y la gravimetría está referida al sistema IGSN71.

3.1 MODELO GEOPOTENCIAL GLOBAL

El modelo global utilizado es el reciente EIGEN-CG03C, Förste et al. (2005), *http://www.gfz-potsdam.de*, hasta grado y orden 360, modelo gravitatorio global de alta resolución y precisión obtenido mediante una combinación de 360 días de la misión por satélite GRACE, 860 días de la misión CHAMP y datos altimétricos y gravimétricos de la superficie terrestre. Se puede comprobar la mejora de este modelo comparándolo con algún modelo geopotencial existente, en este sentido el modelo global EGM96 es el más contrastado y utilizado a nivel internacional, Lemoine et al. (1998).

Este análisis se puede realizar comparando los errores por comisión de cada uno de los coeficientes que la solución ha generado, si se concreta sobre las ondulaciones del geoide se debe utilizar la expresión, Lemoine et al. (1998):

$$\sigma_{N_n}^2 = \left(\frac{KM}{a\gamma}\right)^2 \left(\frac{a^2}{R^2}\right)^n \sum_{m=0}^{n} \left(\overline{\sigma_{C_{nm}}^2} + \overline{\sigma_{S_{nm}}^2}\right) \qquad (10)$$

Donde $\sigma_{N_n}^2$ representa la varianza para la ondulación de un grado n determinado, a es el semieje mayor del elipsoide utilizado en la definición del modelo, γ un valor medio de gravedad normal, R un valor medio del radio terrestre, normalmente 6371 Km., y $\overline{\sigma_{C_{nm}}^2}$ y $\overline{\sigma_{S_{nm}}^2}$ son las varianzas de los errores por comisión de los coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados.

La raíz cuadrada de la ecuación anterior expresará la desviación que los coeficientes de un determinado grado n presentan y la suma de todos los grados dará la desviación total acumulada del modelo utilizado.

En la figura 1 se puede comparar el error que cada uno de los grados genera para los dos modelos. La mejora del modelo EIGEN-CG03C con respecto al modelo EGM96 se puede resumir diciendo que mientras que el modelo EGM96 presenta un error total acumulado por comisión de 0.42 m., el error acumulado del EIGEN-CG03C es únicamente de 0.065 m., no excediendo de 0.01 m hasta el grado y orden 100, momento en el que el modelo EGM96 presenta un error acumulado de 0.26 m. El mismo estudio pero sobre las anomalías de gravedad concluye que se pasa de un valor de error por comisión acumulado total de 10.987 mGal para el EGM96 a 2.289 mGal, Martín et al. (2006).

En la figura 2a se puede ver el modelo EIGEN-CG03C sobre la Comunidad Valenciana, utilizando como elipsoide de referencia el GRS80, en la figura 2b podemos ver las diferencias que existen entre el modelo EIGEN-CG03C y el EGM96, estas diferencias llegan a ser superiores a los ±0.3 metros, por lo que la mejora del modelo EIGEN-CG03C se presenta de forma numérica clara tal como cabría esperar a la vista de los resultados de la figura 1.

3.2 MEDIDAS DE GRAVEDAD

Se dispone de un total de 3218 puntos de gravedad terrestre procedentes de las bases de datos de la Bureau Gravimétrique Internacional (BGI), Instituto Geográfico Nacional (IGN) y del Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría de la Universidad Politécnica de Valencia (UPV), la distribución de estos puntos sobre el área de trabajo se puede ver en la figura 3ª.

Los datos UPV han sido observados con el gravímetro Lacoste&Romberg D203, corrigiendo las lecturas por efecto de mareas terrestres (utilizando el Software ETERNA 3.31 junto con el catálogo de ondas de marea de Hartmann y Wenzel), altura instrumental y deriva, Martín et al. 2005.

En Geodesia Física se intenta resolver un problema de frontera libre, donde por encima del geoide no existen masas, ni siquiera la de la atmósfera, por lo que esta masa se debe eliminar de las observaciones gravimétricas, ello significa que la gravedad aumentará.

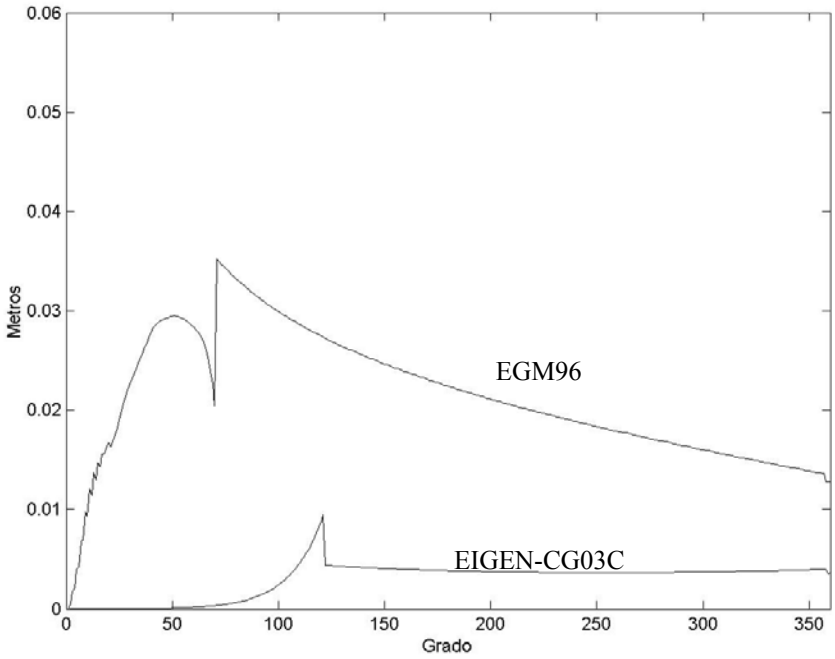


Figura 1.- Errores por grado de los modelos geopotenciales EGM96 y EIGEN-CG03C.

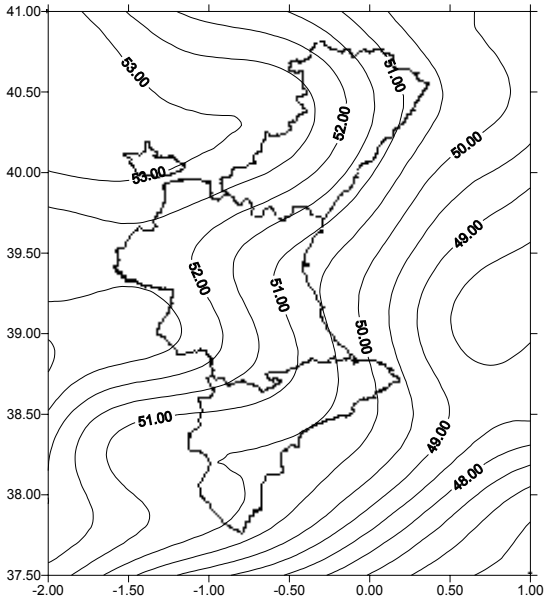


Figura 2a.- Modelo EIGEN-CG03C sobre la Comunidad Valenciana. Elipsoide de referencia GRS80.

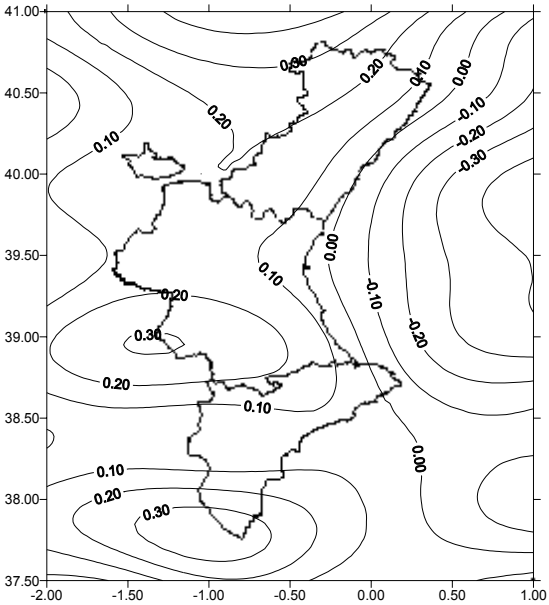


Figura 2b-. Diferencias entre el modelo EGM96 y el modelo EIGEN-CG03C. Elipsoide de referencia GRS80.

El desarrollo teórico de los valores dependiendo de la altura se puede encontrar en Ecker y Mittermayer (1969) y se basa en el desarrollo del potencial teórico que genera una atmósfera de densidad conocida y modelizable.

Las tablas de trabajo se pueden encontrar en Ecker y Mittermayer (1969) o en Moritz (1984).

Esa tabla se puede ajustar a una curva cuadrática obteniendo la expresión (Sevilla, 1995):

$$\delta g = 0.8658 - 9.727 * 10^{-5} H + 3.482 * 10^{-9} H^2 \qquad (mGal)$$

Donde H es la cota ortométrica del punto de observación en metros, esta expresión se ha utilizado para reducir todos los puntos de gravedad de la base de datos.

La precisión de los datos de la BGI y del IGN se estima en torno a 1 mGal, (valor obtenido a partir de observaciones directas sobre los puntos, Montesinos (2003)), la precisión de los puntos UPV se sitúa en torno a los 0.02-0.05 mGal.

Los puntos IGN y BGI son antiguos, tomados en su mayoría en las décadas de los 70 y 80, por lo que la precisión planimétrica es pobre, cifrándose entorno a los 200 metros. En cambio los puntos UPV se han tomado sobre vértices geodésicos de coordenadas conocidas, puntos donde se ha realizado observación estática relativa con técnicas GPS o puntos perfectamente identificables en la cartografía digital (iglesias, ayuntamientos, etc.).

La precisión altimétrica de los puntos IGN y BGI es escasa, en muchos casos no se tiene información sobre la precisión de esta coordenada, pero, en su gran mayoría, ha sido tomada por interpolación en los correspondientes mapas topográficos en papel, por lo que se puede cifrar entorno a los 10 metros. La precisión altimétrica de los puntos UPV es mejor ya que son puntos, como ya se ha dicho, observados sobre vértices geodésicos, algunos sobre vértices de las redes de nivelación nacional que atraviesan la Comunidad Valenciana y, en cualquier caso, puntos perfectamente identificables en la cartografía digital disponible.

Se dispone, también, de un total de 13867 puntos de gravedad marinos procedentes de la BGI tomados con gravímetros embarcados y cuya precisión se cifra entorno a los 10-20 mGal y escasa precisión planimétrica y batimétrica, *http://bgi.cnes.fr:8110,* figura 3a.

También se dispone de 5884 puntos de gravedad conocidos procedentes de la base de datos de Sandwell y Smith obtenidos a partir de altimetría por satélite, *http://topex.ucsd.edu/*, Sandwell et al. (2001), con precisión de 5 mGal., la distribución de estos últimos puntos se puede ver en la figura 3b.

La obtención de la gravedad en estos puntos a partir de la altimetría por satélite se produce de la siguiente manera: a partir de la medida del satélite altimétrico y del conocimiento de la Topografía Dinámica Marina es posible obtener perfiles de ondulación del geoide, a partir de aquí son varias las soluciones posibles para obtener la anomalía de gravedad o la perturbación de la gravedad a partir de la ondulación del geoide:

1) a partir de las variaciones de la ondulación del geoide es posible obtener una malla con las componentes Este-Oeste, η, y Norte-Sur, ξ, de las desviaciones de la vertical y, a partir de ellas, obtener las anomalías de la gravedad gracias a la relación de la transformada de Fourier de las anomalías aire-libre con las componentes de la desviación de la vertical, Sandwell y Smith (1997).

2) a partir de una malla con las ondulaciones del geoide se puede obtener la perturbación de la gravedad resolviendo la integral de Hotine o la de Poisson modificada, Martín et al. (2005).

3) la ondulación del geoide y la anomalía de gravedad son cantidades relacionadas con el potencial anómalo, por lo que se puede resolver una a partir de la otra gracias a la colocación mínimo cuadrática, Moritz (1980), kilicoglu (2005).

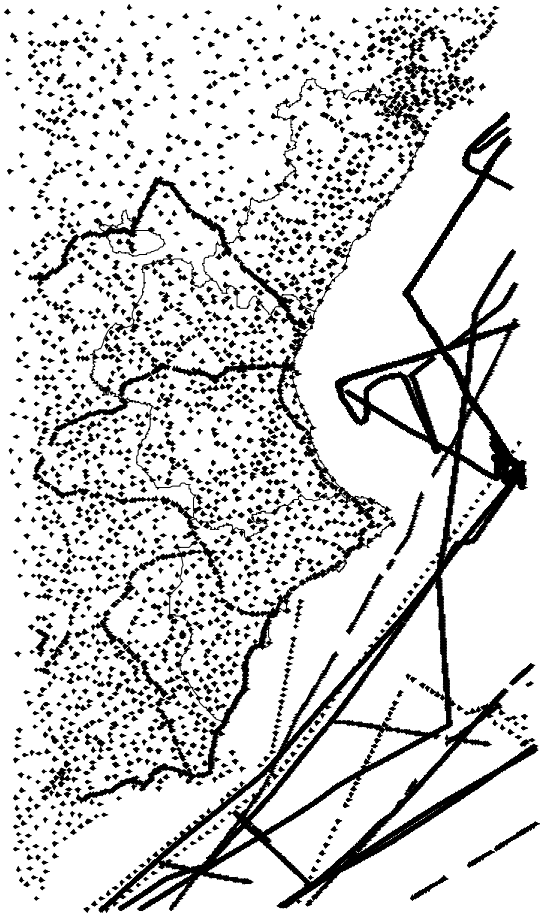


Figura 3a-. Datos de gravedad BGI, IGN y UPV.

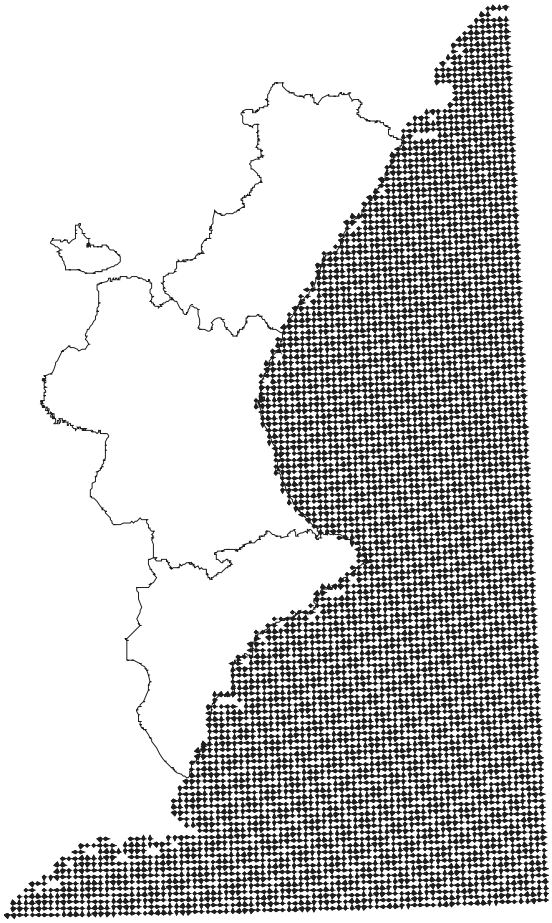


Figura 3b-. Datos de gravedad procedentes de altimetría de satélite.

3.3 MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES Y MODELO DIGITAL BATIMÉTRICO

Se dispone de más de 100 cuadrículas de 25 por 25 kilómetros del Modelo Digital de Elevaciones del Servicio Geográfico del Ejército que cubren la Comunidad Valenciana y alrededores con resolución de 25 metros y precisión métrica, en la figura 4 se puede ver el área que cubre dicho modelo digital de elevaciones. La zona a rayas corresponde al área en la que se dispone del modelo digital de elevaciones del Servicio Geográfico del Ejército con resolución de 100 metros. En la figura 5 se puede ver el modelo de elevaciones topográficas sobre la Comunidad Valenciana.

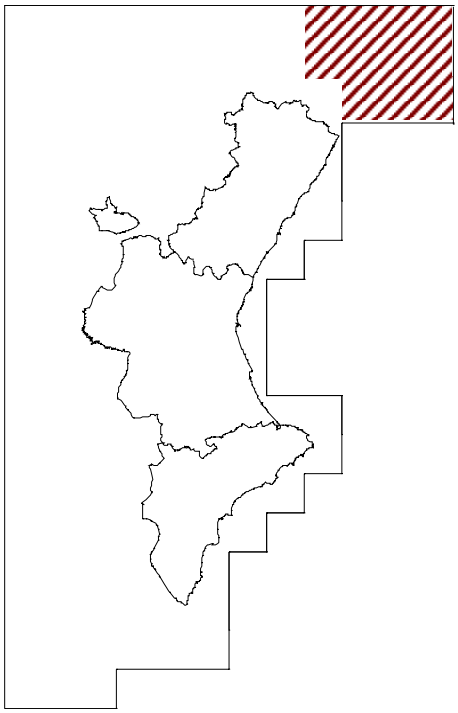


Figura 4.- Límites del MDE del SGE de 25 x 25 metros de resolución. En la zona a rayas se dispone del MDE del SGE de 100 x 100 metros de resolución.

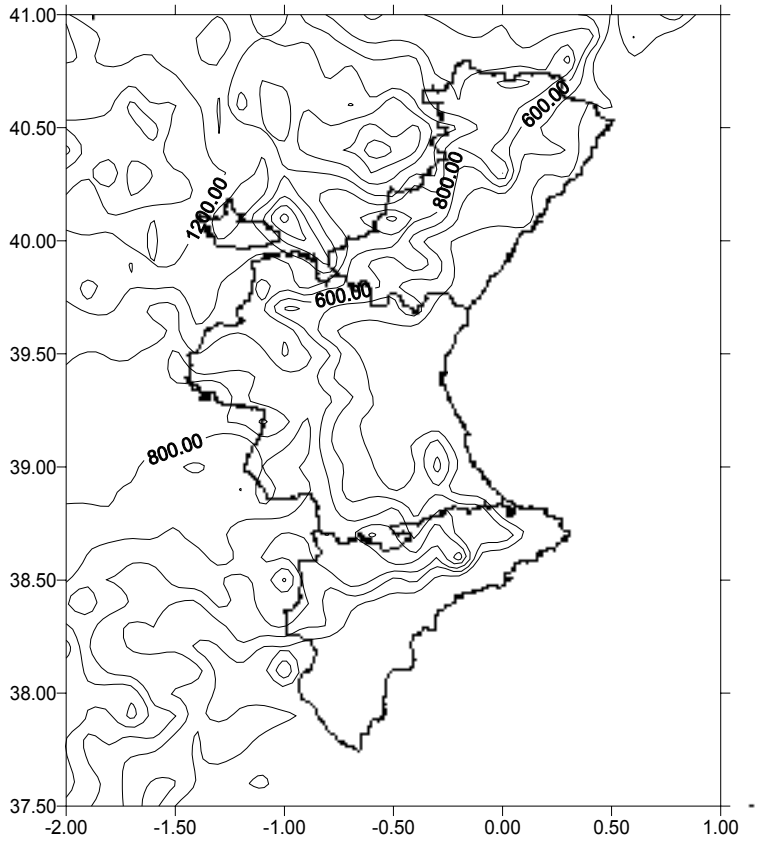


Figura 5.-Topografía de la Comunidad Valenciana proporcionada por el MDE.

Para la obtención del Modelo Digital Batimétrico, la información utilizada ha provenido de tres fuentes: cartas náuticas del Instituto Hidrográfico de la Marina que cubren la zona de costa, mapas batimétricos del Instituto Español de Oceanografía (campañas de la Zona Económica Exclusiva Española ZEEE) y puntos procedentes de la base de datos Sandwell y Smith de la Universidad de California (mezcla de puntos tomados con sonda en barco y puntos deducidos a partir de altimetría por satélite), a continuación se detalla un poco más cada una de estas fuentes, Martín (2007):

Cartas Náuticas: Estas cartas están diseñadas específicamente para cubrir las necesidades de la navegación marítima y, por tanto, incluyen, entre otras cosas, sondas, naturaleza del fondo, elevaciones, configuración y características de la costa, peligros y ayudas a la navegación (http://www.armada.mde.es/ihm). La digitalización se ha efectuado sobre las cartas 486, 485, 484, 482, 481, 476, 475, 474, 473, 472, 471 y 464, figura 6, cabe destacar que las cartas no son uniformes, es decir, algunas están a escala 1:60000 y otras a 1:50000, algunas se sitúan en el huso 30 y otras en el 31 y unas utilizan el sistema de referencia ED50 y otras el WGS84.

La digitalización por puntos se ha efectuado de forma independiente para cada una de las cartas, introduciendo puntos en el interior de la costa de cota cero para que la posterior interpolación reflejara la línea de costa de la forma más exacta posible.

En cuanto a las precisiones esperadas se puede decir que, dependiendo de la escala y de la digitalización efectuada, podrían rondar los 10 metros en planimetría y 2-5 metros en la medida de la profundidad.

Cartas de la ZEEE: En 1995 el Instituto Hidrográfico de la Marina (IHM) y el Instituto Español de Oceanografía (IEO) comenzaron la investigación oceanográfica e hidrográfica de la Zona Económica Exclusiva Española. Este estudio fue llevado a cabo a bordo del buque oceanográfico Hespérides utilizando, para la obtención de la información batimétrica, dos ecosondas multihaz complementarias en su modo de funcionamiento (modelos EM-1000 y EM-12 de la marca Simrad), (Muñoz et al. 1998, Ballesteros et al. 2000, http://www.ieo.es/zee/data.html).

Se ha digitalizado el mapa correspondiente a la zona del Mar Balear y Golfo de Valencia, realizado en tres campañas de campo durante los años 1995, 96 y 97, figura 6, ya que no se han publicado (a fecha de 2007) mapas del resto de la zona de estudio. Este mapa está disponible en formato papel a escala y 1:500000, sobre el huso 31 y en el sistema de referencia WGS84.

En cuanto a las precisiones esperadas se puede decir que, dependiendo de la escala y de la digitalización efectuada, podrían rondar los 100 metros en planimetría y 5-10 metros en la medida de la profundidad. Debido a esta menor precisión en comparación con las cartas náuticas, la línea de costa se ha decidido que venga representada por la digitalización de las cartas náuticas.

Altimetría de Satélite: Los mapas corrientes de los fondos marinos, basados en sondeos por barco, sufren, principalmente, de tres serios problemas: distribución de datos irregular (únicamente se dispone de datos sobre las líneas de navegación del barco), mala calidad de los sondeos en áreas remotas (no solo por el método utilizado en la toma de la profundidad, sino porque no se disponía, en caso de medidas antiguas, de navegación por satélite para el posicionamiento planimétrico preciso de los puntos) y métodos arcaicos en la producción de los mapas.

En este sentido la altimetría por satélite se ha mostrado como una tecnología capaz de abordar y resolver estos problemas. Gracias a los altímetros colocados en los satélites se ha obtenido el campo gravífico marino de casi todo el globo con gran precisión y resolución espacial moderada. De esta manera variaciones en las anomalías de gravedad están muy correlacionadas con variaciones topográficas del

fondo marino y, por tanto, pueden ser utilizados para la obtención de información batimétrica (Smith y Sandwell 1997, Sandwell y Smith 2001, Sandwell et al. 2001).

El altímetro del satélite GEOSAT (operativo 8 meses entre 1985 y 1986) ha sido, probablemente, el más importante para la observación marina. La desclasificación de los datos de ese satélite se produjo en 1995.

A partir de ese año, el grupo de Geodesia por satélite de la Universidad de California dirigido por David Sandwell, se embarcó en un proyecto cuyo objetivo era la generación de batimetría detallada en todo el globo.

Recopilando información antigua de sondas de barco junto con la información de los satélites altimétricos GEOSAT y ERS-1 (Satélite de la Agencia Espacial Europea, lanzado en Abril de 1994 y operativo hasta Marzo de 1995) es posible obtener vía Internet la información batimétrica de cualquier lugar del mundo de forma gratuita y sobre una malla aproximada de tres por tres kilómetros (http://topex.ucsd.edu/marine_topo/), el resultado es un fichero ASCII latitud, longitud, profundidad en el sistema de referencia GRS80. Cabe decir que la distancia media de los perfiles obtenidos por el GEOSAT es de aproximadamente 4 kilómetros y la del ERS-1 de aproximadamente 18 kilómetros en su fase geodésica (Seeber 2003).

Dentro de esta base de datos, la precisión esperada en posicionamiento depende de si la profundidad fue observada en barco (~ 50 metros) u obtenida a partir de la información del satélite (> 250 metros). Las profundidades medidas tienen valores numéricos impares (2001 p.e.) mientras que las profundidades deducidas a partir de la altimetría por satélite tienen valores pares. Así la precisión en la medida de la profundidad se estima en 10-100 metros (Sandwell, correo privado).

Debido a que esta información es la menos precisa, únicamente se han considerado los puntos que no dispongan de alguno digitalizado de las cartas náuticas o del mapa de la ZEEE a menos de 2 kilómetros de distancia.

Con todo, los datos utilizados para la generación del modelo digital batimétrico se pueden ver en la figura 6, siendo un total de 91045 los puntos utilizados.

Una vez se dispone de toda la información batimétrica digitalizada se debe homogeneizar para obtener una base de datos única y común.

En nuestro caso la base de datos final es un fichero con las coordenadas X, Y, profundidad y precisión en la determinación de la profundidad.

Las coordenadas X,Y son coordenadas UTM en el sistema de referencia WGS84 (igual al GRS80 a nivel práctico) sobre el huso 31 extendido. La elección de este sistema de referencia se centra en que la mayoría de la información se encuentra en el mismo, únicamente 4 cartas náuticas están situadas en el sistema ED50, por lo que se han transformado al WGS84 siguiendo un modelo de transformación polinómica, Capilla et al. (2002), González y Dalda (2003) utilizando los vértices de la red REGENTE de la Comunidad Valenciana y Baleares, Martín et al. (2007), anejo I.

La profundidad se ha referido al nivel medio del mar en Alicante, para ello debemos sumar 0.115 metros a las profundidades de las cartas náuticas y del mapa de la ZEEE para transformar las profundidades referidas al nivel máximo de la bajamar en valencia (cero hidrográfico) a profundidades referidas al nivel medio del mar en Alicante (cero geográfico), (Salvador Moreno, IHM, comunicación privada), en cuanto a los datos disponibles de la base de datos de la Universidad de California, no se da información al respecto, pero la constante es muy pequeña en comparación con los errores esperados en estos puntos batimétricos. Esta última conclusión se puede extrapolar a los valores dados por las cartas náuticas y el mapa de la ZEEE, de todas

formas se ha aplicado esta constante a todos los datos con el fin de poder obtener, en su caso, un modelo digital continuo Tierra-Mar.

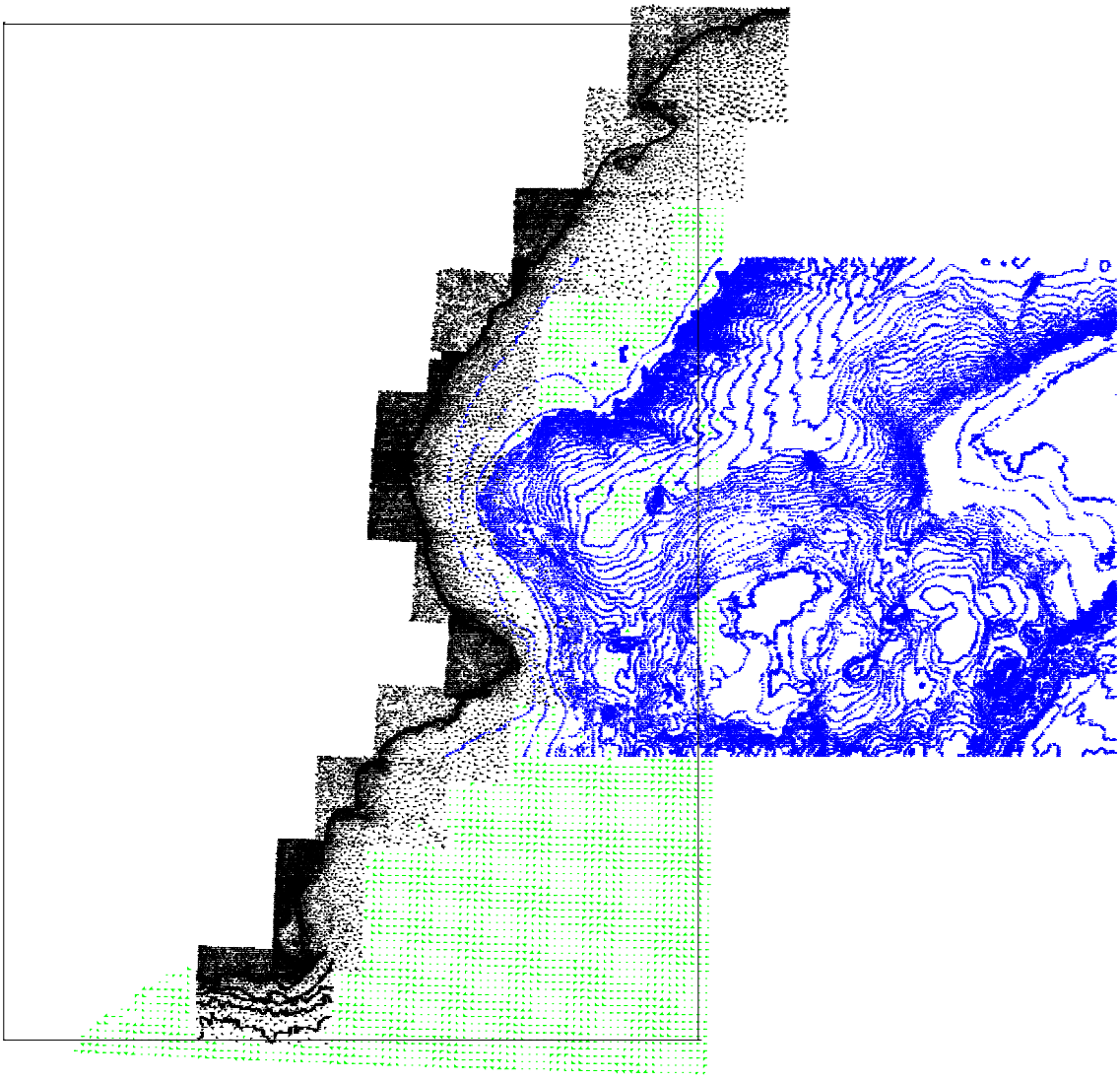


Figura 6.- Datos utilizados para la realización de la batimetría. En negro los obtenidos por digitalización de las cartas náuticas, en azul los procedentes de la digitalización del mapa de la ZEEE y en verde los puntos procedentes de la base de datos de la Universidad de California. El rectángulo negro representa el área que cubre la malla final donde se calcula la batimetría.

En base a los errores esperados en la medición de la profundidad, tal como se veía anteriormente, se ha asignado un error de 2 metros en los puntos de las cartas náuticas, de 10 metros en los puntos del mapa de la ZEEE, de 20 metros en los puntos de la base de datos de la Universidad de California medidos y de 100 metros a los deducidos a partir de la altimetría por satélite.

Una vez elaborada la base de datos, debemos comprobar la coherencia de la misma dado que los datos provienen de tres fuentes diferentes, para ello se han buscado puntos coincidentes (a una distancia menor de 100 metros) entre las tres fuentes de datos por pares y se ha estudiado la diferencia de profundidad entre ellas. Para el estudio con la base de datos de la Universidad de California se ha trabajado con el total de puntos que presenta dicha fuente sobre la zona de estudio para encontrar puntos coincidentes con las otras dos fuentes.

El resumen estadístico del resultado de dicha comparación se muestra en la tabla 1, de donde se puede extraer la conclusión de que los datos procedentes de las cartas náuticas y el mapa ZEEE se ajustan entorno a los 15 metros (teniendo en cuenta el valor de la media y la desviación típica), en este sentido habíamos asignado una precisión de 2 metros a las cartas náuticas y 10 al mapa de la ZEEE, quedando dicha asignación confirmada con esta comparación.

En cuanto a la comparación con los datos de la base de datos de la Universidad de California, se deben efectuar dos comparaciones distintas: sobre los puntos medidos y sobre los deducidos a partir de la altimetría de satélite. En cuanto a los puntos medidos vemos que las diferencias son pequeñas con las cartas náuticas, entorno a los 10 metros, y más elevadas respecto al mapa de la ZEEE, entorno a los 60 metros, esto es debido, lógicamente, a que la comparación con los puntos del mapa de la ZEE se produce en una zona mucho más profunda que la comparación con los datos de las cartas náuticas, que se centra en zonas cercanas a la costa y con poca profundidad. En cuanto a la comparación con los puntos deducidos la conclusión anterior se difumina un poco más: entorno a los 160 metros para la comparación con las cartas náuticas y entorno a los 190 con el mapa de la ZEE, esto es debido a que los datos deducidos a partir de altimetría de satélite tienen poca precisión independientemente de la profundidad de la zona sobre la que se encuentren.

Así la única manera de poder trabajar conjuntamente con las tres fuentes de datos es teniendo en cuenta la precisión esperada de cada una de ellas, es decir, se deberá tener en cuenta esta precisión a la hora de ponderar cada una de las ecuaciones de la interpolación posterior.

		Puntos de altimetría de satélite en la base de la Universidad de California		Puntos medidos en la base de la Universidad de California	
Diferencia de profundidad	Cartas-ZEEE	U. Cal.-ZEEE	U. Cal.-Cartas	U. Cal.-ZEEE	U. Cal.-Cartas
Media	-4.2	-46.4	-62.7	17.6	0.6
σ	13	143.2	100.6	45.7	10.8
Max.	100	314	46	121	40
Min.	-65	-390	-326	-49	-7.7
Nº de puntos	230	37	19	33	79

Tabla1. Diferencia entre las profundidades de cada una de las tres fuentes de datos comparando directamente puntos situados a una distancia menor de 100 metros.

Con la base de datos generada y validada se ha procedido a la obtención del modelo digital batimétrico definitivo para la zona marítima de la Comunidad Valenciana. Para ello se ha realizado una interpolación a una malla de kilómetro por kilómetro. Este paso de malla es inferior al que ofrece la base de datos de la Universidad de California, por lo que, en las zonas donde exclusivamente tengamos este tipo de datos, estaremos cometiendo un error de interpolación, pero la decisión de este paso de malla se ha centrado en el intento de aprovechar al máximo los datos de mejor precisión, es decir, los de las cartas náuticas y el mapa de la ZEE, que poseen una gran resolución espacial.

Los límites de la malla son 4550000 y 4140000 en coordenada *Y* y 50000 y 331000 en coordenada *X* (recordemos que nos encontramos sobre el huso 31 extendido), es decir, se trata de interpolar a una malla de 282 columnas por 411 filas (un total de 115902 puntos), muchos de los nodos de esta malla se encuentran en la zona terrestre, en cuyo caso la profundidad asignada es de cero metros.

Para la interpolación se debe utilizar algún método geoestadístico que indique la precisión en la interpolación, para ello se puede utilizar el Krigeado o la predicción mínimo cuadrática, aunque en realidad los dos son el mismo método (Dermanis, 1984).

En este caso se ha utilizado la predicción mínimo cuadrática efectuando la interpolación de cada punto de forma local, es decir, teniendo en cuenta únicamente los puntos vecinos (se va aumentando la distancia alrededor del punto de cálculo de 1000 en 1000 metros hasta encontrar, como mínimo, 6 puntos) y calculando con ellos la función covarianza empírica para cada punto a interpolar, Knudsen (1987), que, posteriormente es ajustada a una función covarianza modelo de tipo lineal.

La siguiente expresión es la utilizada para calcular la profundidad de un punto *P* (Moritz, 1980);

$$H_P = C_{Pi}\left(C_{ij} + C_e\right)^{-1} H_i \qquad (11)$$

Donde C_{Pi} es el vector de covarianzas entre el punto de cálculo y los puntos de profundidad *i*, C_{ij} es la matriz de covarianzas entre los puntos de profundidad conocida, C_e es la matriz diagonal del error de los puntos de profundidad conocida que dependerá de la fuente de la que procedan tal como se ha visto anteriormente y, finalmente, H_i es el vector de profundidades conocidas de los puntos utilizados en la interpolación.

La varianza del error en la interpolación se puede calcular a partir de la ecuación:

$$\sigma^2_{(\Delta g)} = C_{PP} - C_{Pi}\left(C_{ij} + C_e\right)^{-1} C^T_{Pi} \qquad (12)$$

A partir de estas expresiones se puede realizar la interpolación y obtener el modelo digital batimétrico definitivo para la zona marítima de la Comunidad Valenciana, tal como se puede ver en la figura 7.

En cuanto a los errores por comisión según la ecuación 12, la media considerando todos los nodos de la malla es de 14.98 metros y la desviación típica de 41.77 metros, valores de acuerdo con las precisiones medias de los datos de partida. En la figura 8 se pueden ver los nodos con un error superior a 100 metros, estos puntos se sitúan, lógicamente, en las zonas de mayor gradiente, mayor profundidad y en cuya interpolación se han utilizado fundamentalmente puntos de la base de datos de la Universidad de California.

Para apreciar mejor la resolución del modelo digital obtenido, en las figuras 9 y 10 se pueden ver los modelos 3D elaborados en dos zonas (A y B de la figura 7) donde las pendientes son elevadas y donde se puede apreciar mucho mejor la morfología del fondo marino del Mediterráneo.

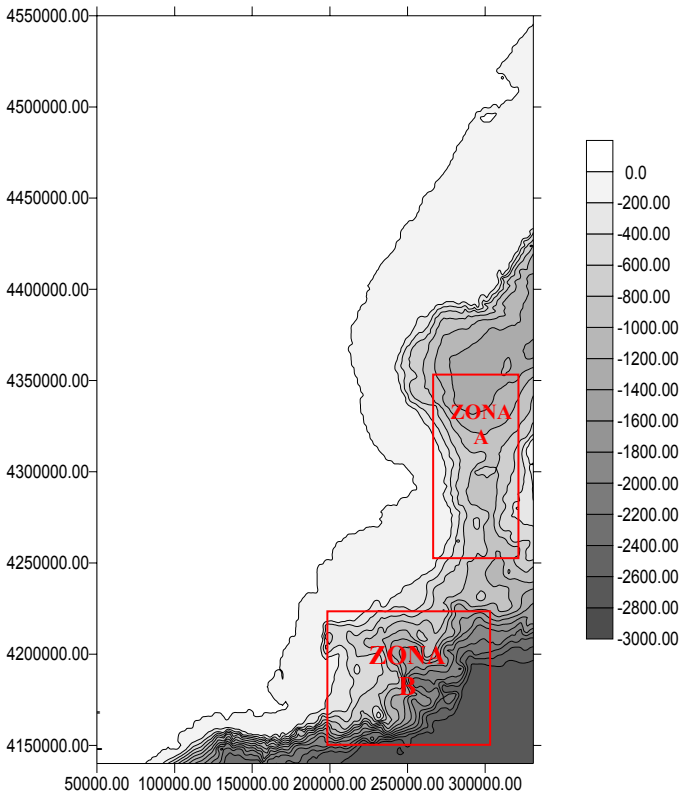


Figura 7. Modelo digital batimétrico obtenido. Sistema de referencia WGS84, coordenadas UTM en el Huso 31 extendido.

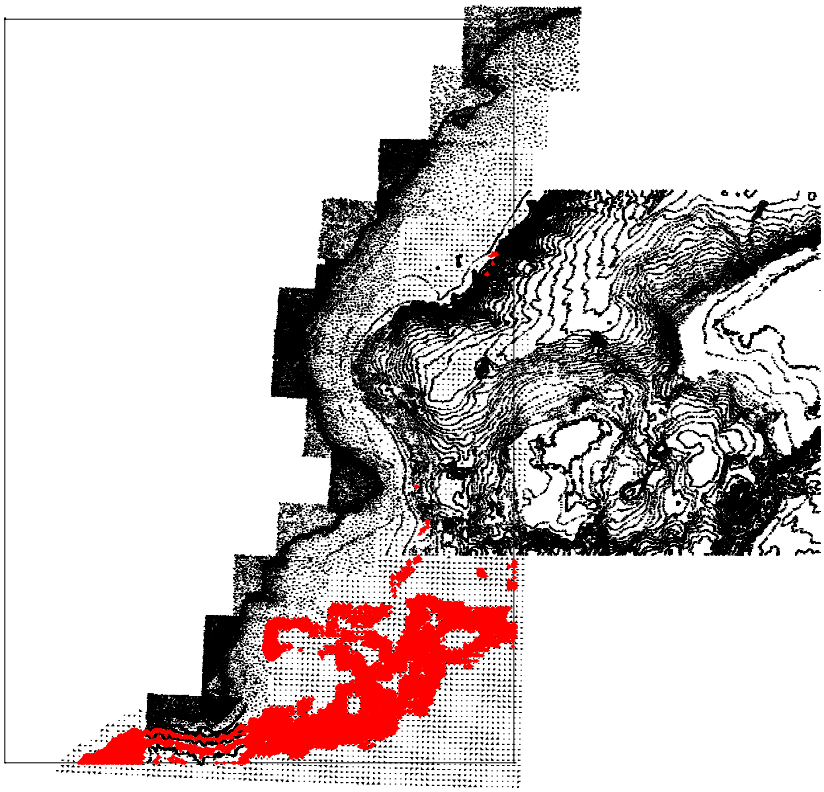


Figura 8. En rojo se muestran, sobre la base de datos batimétrica utilizada, los nodos de la malla final donde el error por comisión supera los 100 metros.

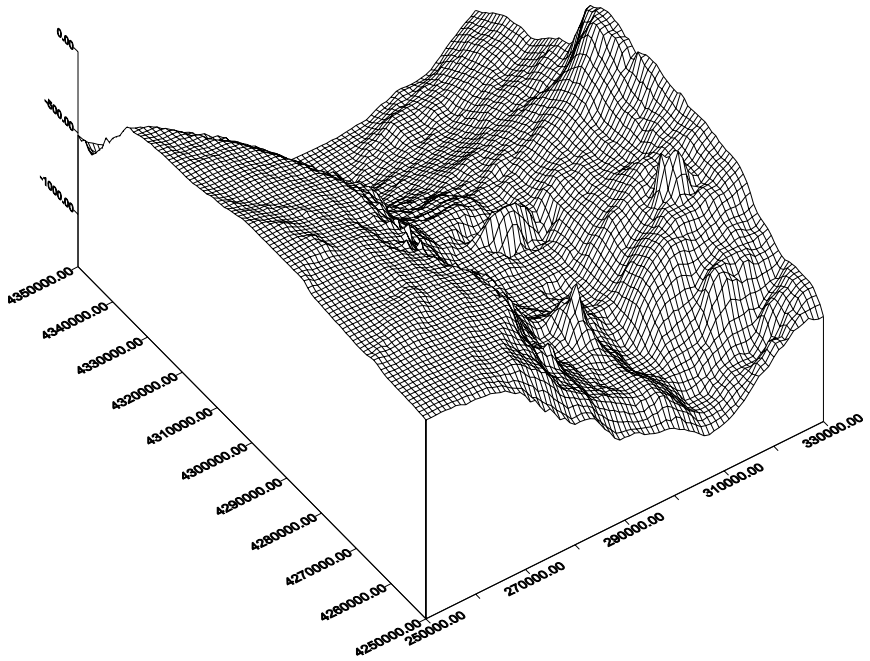


Figura 9. Modelo 3D obtenido a partir del modelo digital batimétrico calculado para la zona A de la figura 7.

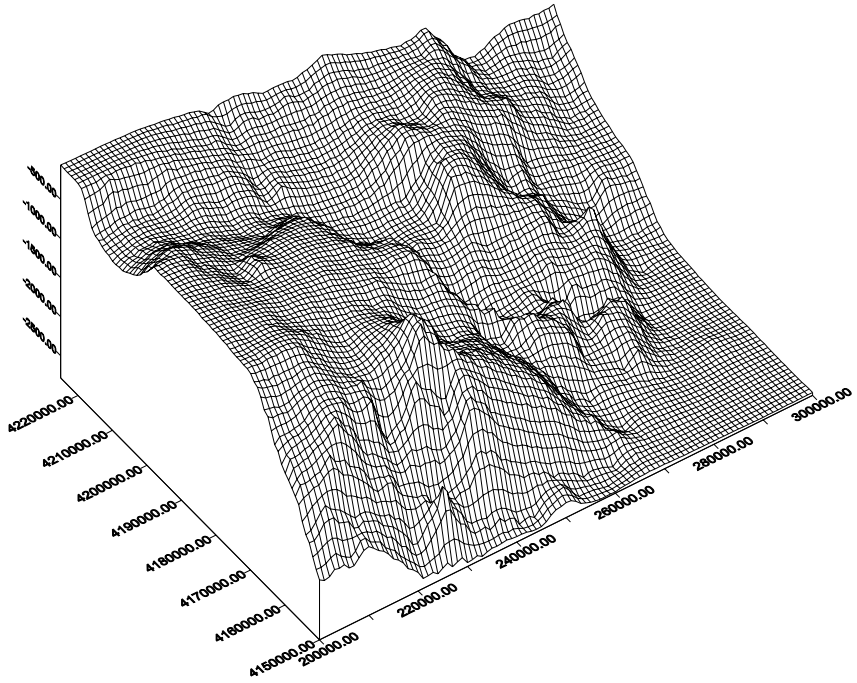


Figura 10. Modelo 3D obtenido a partir del modelo digital batimétrico calculado para la zona B de la figura 7.

4. DESAROLLO DEL SOFTWARE

4.1 CÁLCULO DE LAS CANTIDADES RELACIONADAS CON EL MODELO GEOPOTENCIAL GLOBAL

Se trata de la resolución de las ecuaciones 4 y 8, respectivamente:

$$\Delta g_{MG} = \Delta g_{cero} + \frac{KM}{r^2}\sum_{n=2}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(\delta\overline{C_{nm}}\cos m\lambda + \overline{S_{nm}} sen m\lambda\right)\overline{P_{nm}}(\cos\theta)$$

$$N_{MG} = N_{cero} + \frac{KM}{r\gamma}\sum_{n=2}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(\delta\overline{C_{nm}}\cos m\lambda + \overline{S_{nm}} sen m\lambda\right)\overline{P_{nm}}(\cos\theta)$$

Las constantes utilizadas para la resolución de estas expresiones se basan en el elipsoide GRS80, sobre él se calcula la gravedad normal *(γ)* a partir de la fórmula de Somigliana. Los valores de los coeficientes utilizados en el calculo de los correspondientes $\overline{\delta C_{nm}}$ son, Moritz (1984):

J_2 = 0.001 082 63
J_4 = -0.000 002 370 912 22
J_6 = 0.000 000 006 083 47
J_8 = -0.000 000 000 014 27

Que se transforman en coeficientes totalmente normalizados a partir de la expresión, Heiskanen y Moritz (1985):

$$\overline{C_{n0}} = -\sqrt{\frac{1}{(2n+1)}}\ J_{n0}$$

Conociendo las coordenadas geocéntricas del punto de cálculo *(r, θ, λ)*, y el fichero con los coeficientes del potencial anómalo, es fácil calcular el polinomio anterior utilizando las siguientes fórmulas de recurrencia para el cálculo de las funciones de Legendre totalmente normalizadas $\overline{P_{nm}}(\cos\theta)$, Tscherning et al. (1983), Torge (2001):

Llamando *t* a *cosθ:*

$$\overline{P_{nm}}(t) = \left[\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)}\right]^{1/2} t\,\overline{P_{n-1,m}}(t) - \left[\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}\right]^{1/2}\overline{P_{n-2,m}}(t) \quad (13a)$$

Con esta expresión se resuelve un polinomio a partir del conocimiento de los dos anteriores de cada una de las columnas de la tabla siguiente:

n/m	0	1	2	3
0	1			
1	$\sqrt{3}\,t$	$\sqrt{3}(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$		
2	$\frac{1}{2}\sqrt{5}(3t^2-1)$	$\sqrt{15}t(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{15}(1-t^2)$	
3	$\frac{1}{2}\sqrt{7}(5t^3-3t)$	$\sqrt{\frac{21}{8}}(5t^2-1)(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{7}\,\frac{1}{2}\sqrt{15}t(1-t^2)$	$\sqrt{\frac{35}{8}}(1-t^2)^{\frac{3}{2}}$

Faltando para completar la tabla los elementos de la diagonal y el elemento siguiente al de la diagonal, para el cálculo de este último, y a partir de la propia expresión 13a, se llega a la fórmula:

$$\overline{P_{n,n-1}}(t)=(2n+1)^{1/2}\,t\,\overline{P_{n-1,n-1}}(t) \qquad (13b)$$

Ya que no existirán en este caso $\overline{P_{n-2,n-1}}(t)$

Por último, los elementos de la diagonal se calculan mediante la recurrencia:

$$\overline{P_{n,n}}(t)=\sqrt{\frac{(2n+1)}{2n}}\left(1-t^2\right)^{1/2}\overline{P_{n-1,n-1}}(t) \qquad (13c)$$

Donde se deben considerar los valores iniciales $\overline{P_{00}}(t)=1$, $\overline{P_{11}}(t)=\sqrt{3}\left(1-t^2\right)^{1/2}$.

Con estas expresiones reproducir los valores de la tabla anterior como ejercicio es sencillo.

En la obtención del elemento de la diagonal, dado que depende del de la diagonal anterior, y este, a su vez, del anterior, se puede construir un algoritmo como el siguiente para encontrar el valor del elemento de la diagonal *n,n*:

Sabiendo el valor de $\overline{P_{11}}$, que es conocido:

$\overline{P_{nn}}=\overline{P_{11}}$

for i=2 to n

$$\overline{P_{nn}}=\sqrt{\frac{(2i+1)}{2i}}\left(1-t^2\right)\overline{P_{nn}}$$

next i

El seguimiento de este esquema de trabajo obliga a modificar las ecuaciones 4 y 8 que, de la forma en que están escritas, funcionarían por filas de la tabla anterior, estas ecuaciones modificadas serán:

$$\Delta g_{MG}=\Delta g_{cero}+\frac{KM}{r^2}\sum_{m=0}^{360}\left[\sum_{n=m}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n\delta\overline{C_{nm}}\,\overline{P_{nm}}(\cos\theta)\cos m\lambda+\sum_{n=m}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n\overline{S_{nm}}\,\overline{P_{nm}}(\cos\theta)\,sen\,m\lambda\right] \qquad (14)$$

$$N_{MG} = N_{cero} + \frac{KM}{r\gamma}\sum_{m=0}^{360}\left[\sum_{n=m}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \delta\overline{C_{nm}}\,\overline{P_{nm}}(\cos\theta)\cos m\lambda + \sum_{n=m}^{360}\left(\frac{a}{r}\right)^n \overline{S_{nm}}\,\overline{P_{nm}}(\cos\theta)sen\, m\lambda\right] \qquad (15)$$

Expresiones que se podrán programar de forma sencilla si el archivo donde se escriben los coeficientes del modelo geopotencial global se ordena de la forma:

Grado (m)	Orden (n)	Coeficiente C	Coeficiente S
0	0	Valor C	Valor S
1	0	Valor C	Valor S
2	0	Valor C	Valor S
⋮	⋮	Valor C	Valor S
360	0	Valor C	Valor S
1	1	Valor C	Valor S
2	1	Valor C	Valor S
3	1	Valor C	Valor S
⋮	⋮	Valor C	Valor S
360	1	Valor C	Valor S
2	2	Valor C	Valor S
3	2	Valor C	Valor S
⋮	⋮	Valor C	Valor S
360	2	Valor C	Valor S
⋮	⋮	Valor C	Valor S
360	360	Valor C	Valor S

Por último el valor de la constante cero, constante que se utiliza para pasar del elipsoide donde se define la solución del modelo global utilizado al GRS80, se puede calcular mediante las expresiones, Heiskanen y Moritz (1985):

$$N_O = \delta a - \frac{1}{3}a\delta f$$
$$\Delta g_O = \delta\gamma_e - \frac{1}{3}\gamma_e\delta f \qquad (16)$$

Siendo δa la variación del semieje mayor de los dos elipsoides, δf del aplanamiento y $\delta\gamma_e$ de la gravedad normal en el ecuador.

Teniendo en cuenta los valores del elipsoide GRS80 y del adoptado para el cálculo del modelo EIGEN-CG03C los resultados son:

Elipsoide GRS80: a = 6378137 *m*
f = 1/298.257222101
γ_e = 9.7803267715 *m/sg²*

Elipsoide EIGEN-CG03C: a = 6378136.46 *m*
f = 1/298.25765
γ_e = 9.78032695030841 *m/sg²*

Con lo que los valores de las constantes cero serán:

$$N_0 = -0.53 \quad m$$
$$\Delta g_0 = 0.02 \quad mGal$$

4.2 CALCULO DEL EFECTO TERRENO (TOPOGRAFÍA Y BATIMETRÍA) SOBRE LAS MEDIDAS DE GRAVEDAD

Se trata de desarrollar el software que solucione la ecuación 5:

$$C = K\rho \iint_{\sigma} \int_{H_P}^{H} \frac{(z - H_P)}{d^3} d\sigma dz$$

C es la clásica corrección de terreno. Para obtenerla se ha utilizado el método de cálculo de la componente vertical (gravedad) del potencial gravitatorio generado por un prisma rectangular como solución a la integral anterior, Forsberg and Tscherning (1981), figura 11:

$$C = K\rho \left\{ \left\| x \log\left(\frac{y + r_{z2}}{y + r_{z1}} \right) + y \log\left(\frac{x + r_{z2}}{x + r_{z1}} \right) \right\|_{x1}^{x2} \Big|_{y1}^{y2} - \left\| z\, arctg\left(\frac{xy}{zr} \right) \right\|_{x1}^{x2} \Big|_{y1}^{y2} \Big|_{z1}^{z2} \right\} \qquad (17)$$

Donde:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

K es la constante de gravitación y ρ el valor medio de la densidad de la corteza terrestre (2.67 gr/cm^3 = 2670 kg/m^3).

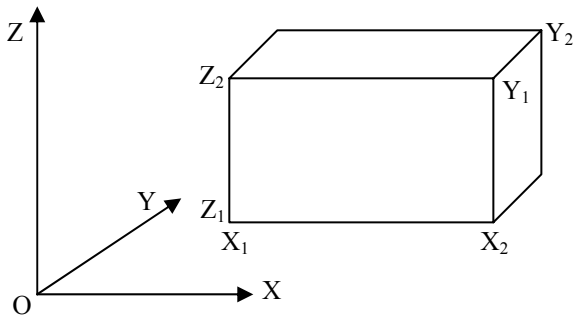


Figura 11.- Prisma rectangular y sistema de referencia local utilizado para el cálculo de la cantidad *C* en el punto *O*.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

Con la corrección Bouguer se intenta, en primer lugar, homogeneizar la topografia alrededor de la estación observada (a una altitud H), dejándola completamente plana y con densidad constante gracias a la corrección terreno *C*, para luego eliminar la lámina de Bouguer.

Al disponer de un MDE y un modelo batimétrico separados se ha procedido de la siguiente manera:

Para un punto *P* situado sobre Tierra, figura 12a: cálculo de *C* a partir del MDE, cantidad siempre positiva, zona de líneas verticales de la figura 12a, el problema es que el MDE termina poco más allá de la línea de costa, figura 4, asignando un cero siempre a la cota de los puntos situados dentro del mar, por lo que se debe rellenar la lámina de Bouguer hasta el límite de la zona de cálculo del modelo de geoide pero siempre partiendo de la superficie oceánica hasta la altura H_P de la lámina de Bouguer del punto *P*, zona de líneas horizontales de la figura 12a. Por último, con el modelo digital batimétrico se calcula la influencia sobre *P* de rellenar todo el fondo oceánico para pasarlo de densidad 1.027 g/cm^3 a 2.67 g/cm^3, zona de líneas inclinadas de la figura 12a.

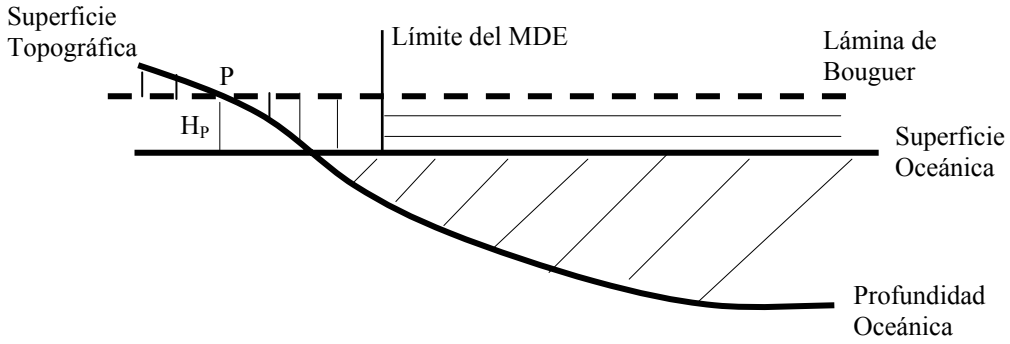


Figura 12a.- Corrección por irregularidades de la topografía y del fondo oceánico para un punto *P* situado en Tierra.

Para un punto situado sobre la superficie oceánica, figura 12b, se actúa de la siguiente manera: un punto *P* tendrá profundidad Z_P y a esa profundidad se situará la lámina de Bouguer, pero, en este caso de densidad 1.027 g/cm^3, así que la parte de la plataforma continental situada por debajo de la superficie del mar (de densidad 2.67 g/cm^3) debe reducirse a densidad 1.027 g/cm^3, zona de líneas horizontales de la figura 12b, lo cual afectará de forma negativa al valor de gravedad en *P*, y la zona oceánica situada por debajo de esta lámina de Bouguer se debe llevar a densidad de 2.67 g/cm^3, zona de líneas inclinadas de la figura 12b, esto afectará de forma positiva al valor de gravedad en P, por último se elimina la superficie topográfica a partir del MDE, zona de líneas verticales de la figura 12b (aquí no tiene influencia la finalización del MDE respecto a la línea de costa). Finalmente la lámina de Bouguer se lleva a densidad 2.67 g/cm^3 lo que afectará de forma positiva al valor de gravedad en *P*, Torge (1989), Hipkin (2000), Carbó et al. (2003).

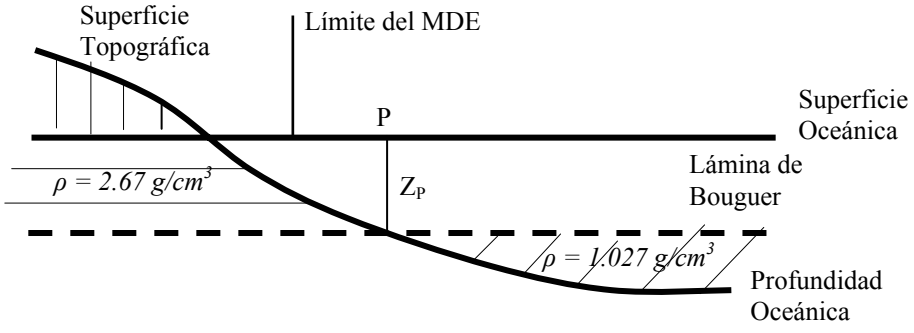


Figura 12b.- Corrección por irregularidades de la topografía y del fondo oceánico para un punto *P* situado en la superficie oceánica.

Un aspecto importante a tener en cuenta a la hora de aplicar la corrección terreno es la distancia a la cuál este efecto tiene influencia sobre una medida de gravedad. En este caso se han hecho diferentes pruebas sobre los puntos de comprobación que se distribuyen según la figura 13 procedentes de la base de datos propia (puntos UPV) que se resumen en la tabla 2 donde se refleja la diferencia entre el efecto terreno considerando 25 Km. de cálculo alrededor de los puntos de comprobación y 50 Km., la diferencia considerando 50 Km. y 75 Km. y la diferencia utilizando 75 Km. y 100 Km., como conclusión se puede decir que a partir de 75 Km. el efecto terreno tiene una influencia sobre los puntos en la zona de estudio por debajo de 0.1 mGal, precisión suficiente dado que la mayoría de los datos gravimétricos utilizados tienen una precisión por encima o igual a 1 mGal.

	50 Km. – 25 Km.	75 Km. – 50 Km.	100 Km. – 75 Km.
Media	0.115	0.068	0.040
σ	0.050	0.032	0.021
Max.	0.280	0.15	0.090
Min	-0.030	0.01	0.010

Tabla 2.- Diferencias entre el efecto terreno sobre los puntos de comprobación utilizando diferentes distancias de influencia. Unidades en mGal.

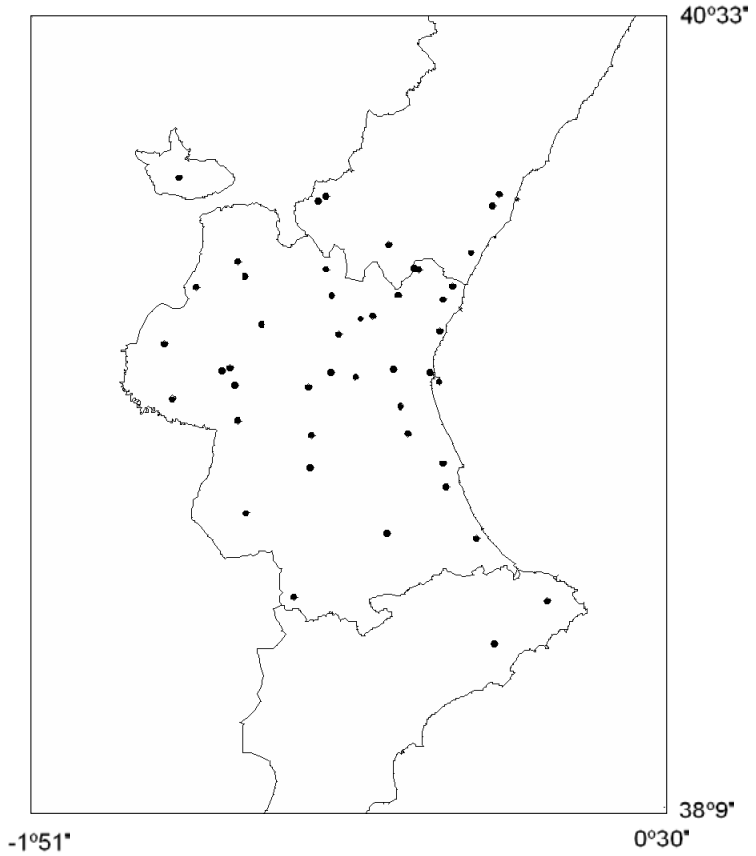


Figura 13.- situación de los 45 puntos utilizados para el cálculo de la distancia límite a la que calcular el efecto terreno.

Las distancias que se están considerando son las expresadas por el paso de malla del modelo digital de elevaciones o el batimétrico, es decir, 25 o 1000 metros respectivamente sobre la proyección UTM, por lo que estas distancias estarán influidas por el factor de escala de la proyección.

Calculando el efecto gravitatorio con y sin factor de escala de un prisma de 25 x 25 metros de base por 60 metros de alto, de densidad 2.67 g/cm^3, situado a diferentes distancias de un vértice, los resultados obtenidos indican que la diferencia de utilizar o no el factor de escala es de 0.000047 mGal si el prisma "testigo" se sitúa a 1.5 metros del vértice de cálculo, disminuyendo cada vez más la diferencia a medida que nos alejamos del vértice (a 1000 metros la diferencia es de -1.8E-9 mGal y a 10000 metros de -1.8E-12 mGal), Montesinos (2003), concluyendo que resulta indiferente utilizar o no el factor de escala en el cálculo de la corrección topográfica a las medidas de gravedad.

4.3 RESOLUCIÓN DE LA INTEGRAL DE STOKES

En la resolución de la integral de Stokes, dado la inestabilidad de su núcleo para puntos cercanos al de cálculo, se ha programado la solución de la misma con función núcleo en aproximación plana, por lo que la integral a resolver será, Schwarz et al. (1990):

$$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g}{d} dE \qquad (18)$$

Siendo E el área donde la integral debe ser evaluada.

El error que se comete al utilizar esta aproximación plana en lugar de la integral con coordenadas esféricas se puede cifrar a partir de la expresión, Schwarz et al. (1990):

$$eN(\psi) = \frac{\psi^{rd}}{2} \cos ec \frac{\psi}{2} \qquad (19)$$

Que dará el factor de multiplicación a aplicar a la ondulación del geoide de un punto separado ψ grados del origen de coordenadas X,Y (corrección por la curvatura terrestre); como puede comprobarse, para distancias de 4° el factor de multiplicación es de 1.0002, por lo que para una ondulación de 50 metros se cometerá un error de 1 cm., error totalmente dentro de las precisiones actuales y totalmente asumible dadas las dimensiones donde se desea efectuar la determinación del geoide (Comunidad Valenciana).

Para la resolución numérica de la integral de Stokes, se parte de las siguientes ecuaciones:

$$d = 2 R_m sen \frac{\psi}{2}$$

R_m es el radio medio para la zona de cálculo, que se calculará como el Radio medio Gaussiano para el punto de latitud media (φ_m) de la zona de trabajo:

$$R_m = \sqrt{MN}$$

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\left(1 - e^2 sen^2 \varphi_m\right)^{\left(\frac{3}{2}\right)}}$$

$$N = \frac{a}{\left(1 - e^2 sen^2 \varphi_m\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

Donde se utilizarán los valores de a=6378137 y e^2=0.0066943800229 según define el sistema de referencia GRS80.

Y donde:

$$\cos\psi = \cos\theta\cos\theta' + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\theta'\cos\left(\lambda' - \lambda\right)$$

Según la notación habitual las coordenadas del punto interior de la integral se anotan como *(θ', λ')*, y las del punto donde deseamos obtener el valor de ondulación como *(θ, λ)*.

En este caso θ es la colatitud geocéntrica:

$$tg\varphi_{geoc.} = \left(1 - e^2\right) tg\varphi_{geodesica}$$

La resolución numérica de la integral de Stokes se dividirá en dos partes, (siempre partiendo de que los datos se disponen en forma de malla): la contribución a la ondulación del propio punto de cálculo, que ocupa algún nodo de la malla, y la del resto de puntos de la malla, Schwarz et al. (1990):

Contribución del resto de puntos *i* de la malla:

$$N_i = \frac{\Delta X \Delta Y}{2\pi\gamma_P} \sum\sum \frac{\Delta g_i}{d}$$

Contribución del propio punto *P*:

$$N_P = \frac{\sqrt{\Delta X \Delta Y}}{\sqrt{\pi}\gamma_P} \Delta g_P$$

La ondulación final para un punto de la malla será:

$$N = N_i + N_P$$

La decisión del paso de malla se ha basado en el número de puntos que cubren de forma más o menos homogénea el área de cálculo del geoide, este número de puntos es de aproximadamente 8000 (eliminado los marinos de la BGI que no se distribuyen de forma homogénea) y el área que cubren es de 3.5 grados en latitud y 3 en longitud, por lo que el paso de malla que cubriría un solo punto siguiendo esta distribución será de 2x2 minutos., por lo que ΔX e ΔY, calculados para el punto de latitud media serán:

$$\Delta X = \Delta\lambda = R_m \cos\varphi_m \alpha$$
$$\Delta Y = \Delta\varphi = R_m \alpha$$

α=2'=0.033333333=0.0005817764173rd

Valores que se utilizarán para la resolución numérica.

4.4 CACULO DEL EFECTO INDIRECTO

Siguiendo el segundo método de condensación de Helmert, la ecuación 9 presenta el efecto indirecto de la lámina de Bouguer en su primer término y el efecto indirecto de la topografía en su segundo término. Este efecto indirecto de la topografía se obtiene como desarrollo en serie binomial, Wichiencharoen (1982), donde se desprecian todos los términos excepto el primero, si se añade otro término más para evaluar la influencia de esta eliminación la expresión a resolver será:

$$N_{Ind.} = -\frac{\pi K \rho H_P^2}{\gamma} - \frac{K\rho}{6\gamma}\iint_{\sigma}\frac{H^3 - H_P^3}{d^3}d\sigma + \frac{3}{40}\frac{K\rho}{\gamma}\iint_{\sigma}\frac{H^5 - H_P^5}{d^5}d\sigma \qquad (20)$$

Donde la distancia se calcula tal como se hacía para la integral de Stokes.

La resolución numérica de la ecuación anterior será:

$$N_{ind} = -\frac{\pi K \rho H_P^2}{\gamma_P} - \frac{K\rho\Delta X\Delta Y}{6\gamma_P}\sum\sum\frac{H^3 - H_P^3}{d^3} + \frac{3K\rho\Delta X\Delta Y}{40\gamma_P}\sum\sum\frac{H^5 - H_P^5}{d^5} \qquad (21)$$

Donde ΔX, ΔY corresponde al paso de malla del modelo digital de elevaciones (25x25 metros) o al paso de malla del modelo digital batimétrico (1000x1000 metros).

En primer lugar, tal como se ha hecho con el cálculo de *C*, se ha buscado la distancia máxima a la cual se debe considerar el efecto indirecto, de forma que, en la tabla 3 se pueden ver los resultados analizando todos los puntos de la malla donde se calculará el modelo de geoide final. Las distancias a considerar han sido 25, 50, 75 y 100 Km. A la vista de los resultados se puede decir que la distancia adecuada son 75 Km., aunque con 50 se estaría por debajo del centímetro.

	50 Km. – 25 Km.	75 Km. – 50 Km.	100 Km. – 75 Km.
Media	0	0	0
σ	0.005	0	0
Max.	0.043	0.005	0.00006
Min	-0.009	-0.001	-0.00004

Tabla 3.- Diferencias en el efecto indirecto utilizando diferentes distancias de influencia. Unidades en m.

En la tabla 4 se puede ver el resumen estadístico sobre todos los puntos de la malla de cálculo del geoide del efecto indirecto de la lámina de Bouguer, del primer término (*V1*) del efecto indirecto de la topografía y del segundo término (*V2*), según la ecuación 21.

	Bouguer	V1	V2
Media	-0.025	0	0
σ	0.036	0.011	0
Max.	0	0.184	0.005
Min	-0.219	-0.127	-0.008

Tabla 4.- Resumen estadístico del efecto indirecto de la lámina de Bouguer y de los dos términos del efecto indirecto de la topografía considerados. Unidades en m.

Donde la no consideración de segundo término del efecto indirecto de la topografía no excede del centímetro (como cota máxima) en el área de cálculo del geoide, pero que debe ser considerado.

Finalmente, en el caso del cálculo del efecto indirecto producido en la zona marítima, y según la figura 12b, la lámina de Bouguer tendrá densidad de 1.643 gr/cm^3 (diferencia entre la continental y la del agua marina), y los valores de esta densidad serán positivos o negativos para el cálculo del efecto indirecto de la batimetría dependiendo de si la hemos reducido en la plataforma oceánica (zona de líneas horizontales de la figura 12b), o hemos rellenado el fondo oceánico (zona de líneas inclinadas en la figura 12b). El criterio de densidad positiva o negativa dependerá de la profundidad del punto de cálculo en comparación con la de los puntos del modelo digital batimétrico, de forma que si Z-Z_P es menor de cero, siendo Z la profundidad del punto del modelo digital y Z_P la del punto de cálculo, la densidad será positiva (estaremos en la plataforma oceánica).

4.5 INTERPOLACIÓN DEL CAMPO GRAVITATORIO

La interpolación se ha efectuado sobre las anomalías de gravedad Bouguer reducidas, ecuación 3, utilizando la predicción mínimo cuadrática, ecuaciones 11 y 12, pero la función covarianza modelo utilizada para ajustar la función covarianza empírica es la función plana de Gauss, Torge (2001):

$$C(\psi) = C_O \, e^{\left(-b^2\psi^2\right)} \qquad (22)$$

Donde C_O es la varianza obtenida de la función covarianza empírica, b es una constante que se calcula a partir de los datos de la función covarianza empírica, y ψ es la distancia esférica.

5. ANÁLISIS DE LOS DATOS

Para que las coordenadas de la base de datos gravimétrica y el MDE sean homogéneas, se ha procedido a interpolar las coordenadas de los datos gravimétricos dentro del MDE, de esta manera si la diferencia en altitud es menor de 10 metros (precisión altimétrica de los datos gravimétricos) se reasigna la altitud del MDE al vértice, en caso de exceder dicha diferencia y dado que la precisión planimétrica de los vértices gravimétricos se cifra en torno a los 200 metros se ha buscado dentro del MDE si algún punto dentro de este intervalo de 200 metros cumple con la condición de que su cota en comparación con la del punto gravimétrico quede por debajo de los 10 metros, en cuyo caso se le asignan nuevas coordenadas y altitud al dato de gravedad, en caso de que no se cumplan con estas condiciones el punto es sospechoso de error grosero y se elimina de la base de datos, de esta forma se han eliminado un total de 310 puntos, es decir, un 10% del total, zona continental de la figura 14a.

Para la comprobación de los datos gravimétricos marinos de la BGI, procedentes de medidas tomadas en barco, se han comparado las coordenadas y valores en los puntos de cruce entre diferentes trayectorias, de esta forma únicamente 3 líneas se han dado por satisfactorias, lo que supone que únicamente se han incluido 4863 puntos gravimétricos marinos procedentes de la BGI. La comprobación de los datos gravimétricos marinos de la base de datos Sandwell y Smith y estas tres líneas ha resultado satisfactoria teniendo en cuenta las precisiones de los datos de ambas bases de datos.

Al disponer de un modelo digital batimétrico, se han interpolado los datos de gravedad marinos dentro de este modelo, de manera que aquellos puntos cuya discrepancia entre la profundidad de la base de datos gravimétrica y el modelo digital batimétrico sea superior a 200 metros en valor absoluto, se ha considerado sospechoso de error grosero y se han eliminado de la base de datos (en este caso no

existe estudio con los puntos vecinos al ser la resolución del modelo batimétrico de 1 X 1 kilómetros); así se han eliminado 161 puntos de la base de datos gravimétrica marina, es decir, eliminamos el 1.5% del total, zona marítima de la figura 14a.

A continuación se ha calculado la anomalía de gravedad Bouguer reducida de todos los puntos utilizando el MDE y el modelo batimétrico considerando 75 kilómetros como distancia de influencia óptima para el cálculo de la corrección topográfica, ecuación 3:

$$\Delta g_{Red.}^{Bouguer} = \left(\Delta g_{aire-libre} - B + C + \delta\Delta g\right) - \Delta g_{MG} \qquad (23)$$

Donde: $B = 2\pi K \rho H$, Δg_{MG} es la anomalía de gravedad proporcionado por el modelo global, C es la clásica corrección de terreno y $\delta\Delta g$ es el efecto indirecto sobre la gravedad.

A partir de las anomalías Bouguer reducidas se ha procedido a la interpolación utilizando predicción mínimo cuadrática de cada una de ellas a partir de las anomalías vecinas y a la posterior comparación entre el valor observado y el que se predice, un punto es sospechoso de error grosero si se cumple la ecuación, Tscherning, (1991):

$$\left|\Delta g_{Red}^{Bouguer} - \Delta g_{Red.interpolada}^{Bouguer}\right| > k\left[\sigma_{interpolacion}^2 + \sigma_{Observación}^2\right]^{1/2} \qquad (24)$$

Donde k es la constante para la obtención del error máximo (generalmente toma el valor de 2.5 o 3).

De esta manera se entra en un proceso iterativo, donde cada punto sospechoso de error grosero es eliminado de la base de datos si, además, no aporta información adicional (punto no aislado y no singular) lo que ha llevado a la eliminación de un total de 317 puntos sospechosos de error grosero (un 10% del total), situados, casi todos ellos, en la zona marina, figura 14b.

Así la base de datos gravimétrica final generada consta de 13183 puntos, figura 15. En la figura 16a se pueden ver las anomalías aire-libre y en la 16b las anomalías Bouguer calculadas con dichos puntos sobre la Comunidad Valenciana.

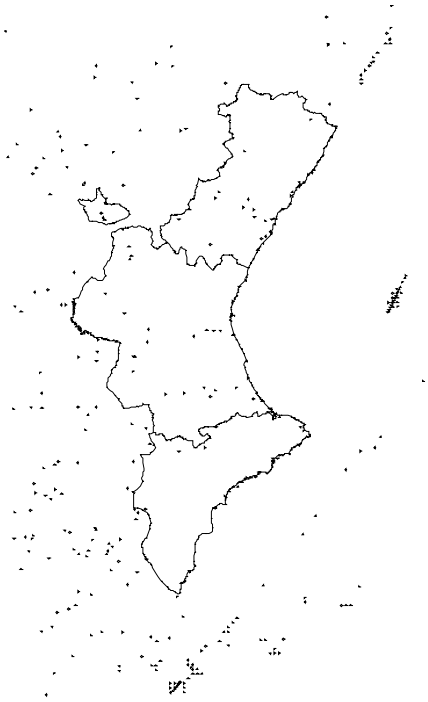


Figura 14a.- Datos eliminados por una mala georreferenciación.

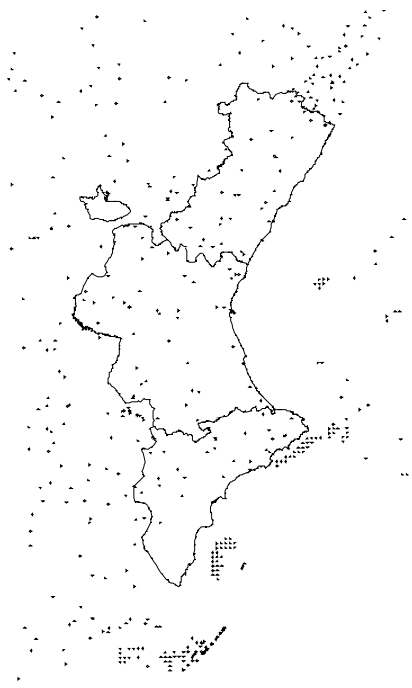


Figura 14b.- Datos eliminados por ser sospechosos de error grosero.

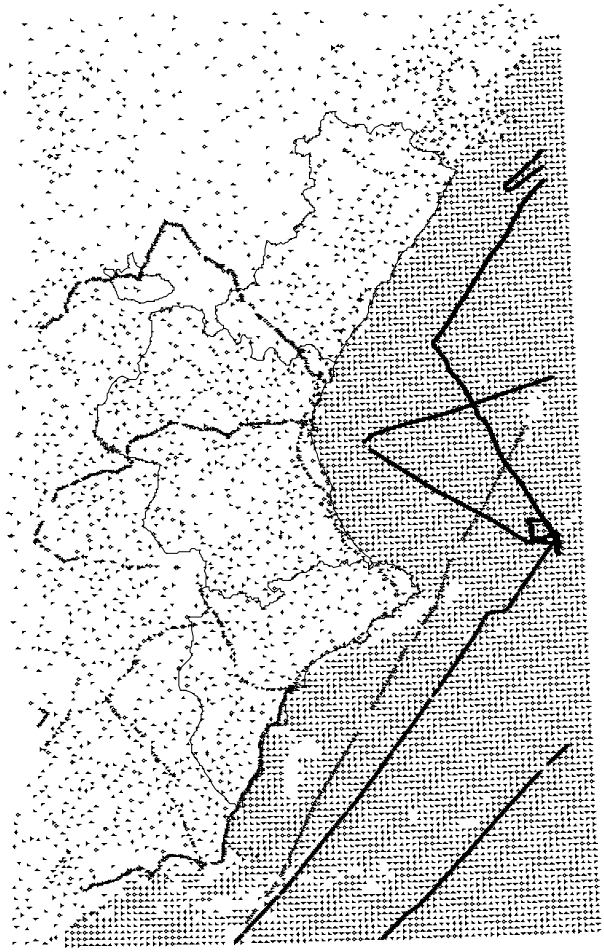


Figura 15.- Total de puntos gravimétricos validados.

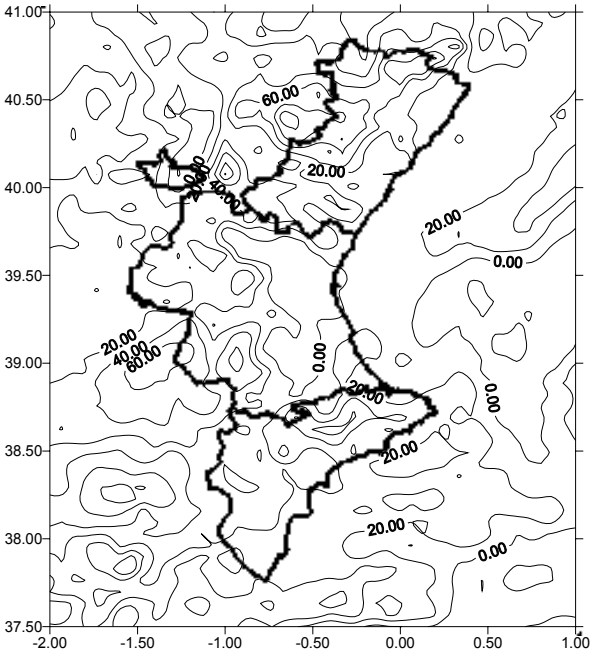


Figura 16a.- Anomalías aire-libre sobre la Comunidad Valenciana. Elipsoide de referencia GRS80.

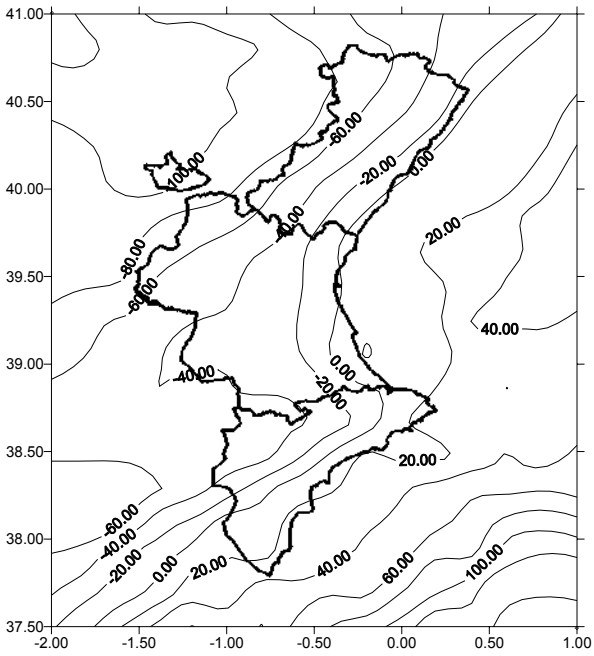


Figura 15b.- Anomalías de Bouguer sobre la Comunidad Valenciana. Elipsoide de referencia GRS80.

6. CALCULO DEL MODELO DE GEOIDE

El modelo de geoide ha sido calculado para una malla de 2 por 2 minutos entre los límites 37.5º< φ<41º Norte y -2º <λ< 1º. El sistema de coordenadas geodésicas se sitúa sobre el elipsoide GRS80.

El cálculo de la anomalía de gravedad Faye sobre los nodos de esta malla se ha basado en la interpolación mínimo cuadrática siguiendo las ecuaciones 11 y 12, trabajando con la función covarianza plana de Gauss, ecuación 22 de las anomalías Bouguer observadas reducidas validadas y posterior aplicación de la lámina de Bouguer según la ecuación 7 en los nodos. En este sentido cabe decir que los puntos situados en mar tendrán una corrección negativa al pasar de densidad 2.67 a 1.027 g/cm^3 de nuevo, Hipkin (2000).

En la figura 17a se puede ver la contribución de la solución de la integral de Stokes a la ondulación del geoide y en la figura 17b la contribución del efecto indirecto.

En la figura 18 se puede ver el modelo de geoide final calculado para la provincia de valencia según la ecuación 1.

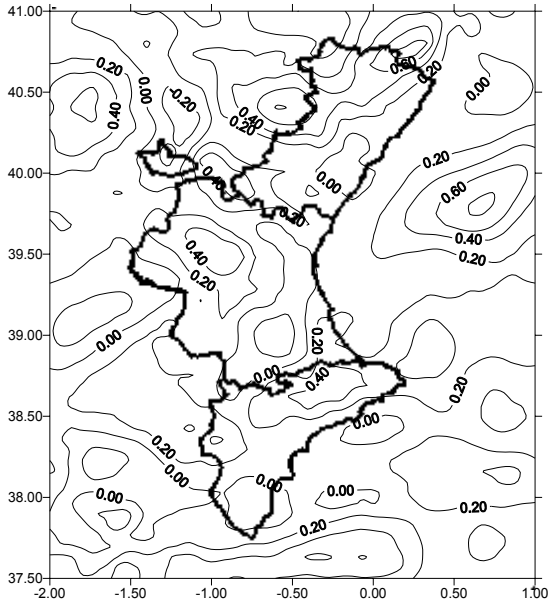


Figura 17a.- Contribución de la integral de Stokes al cálculo de la ondulación del geoide. Elipsoide de referencia GRS80.

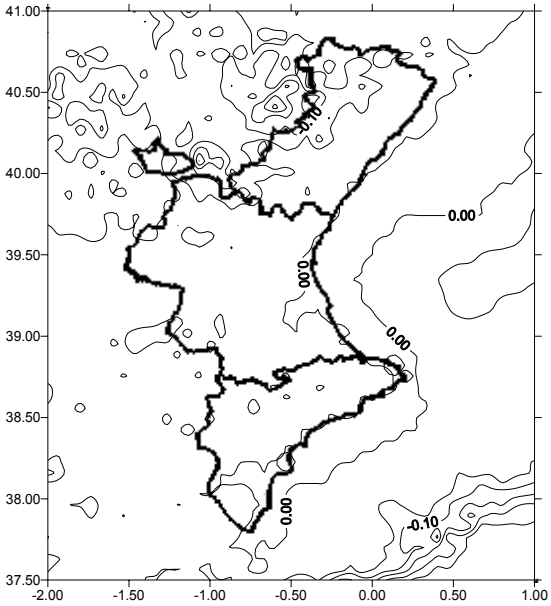


Figura 17b.- Contribución del efecto indirecto al cálculo de la ondulación del geoide. Elipsoide de referencia GRS80.

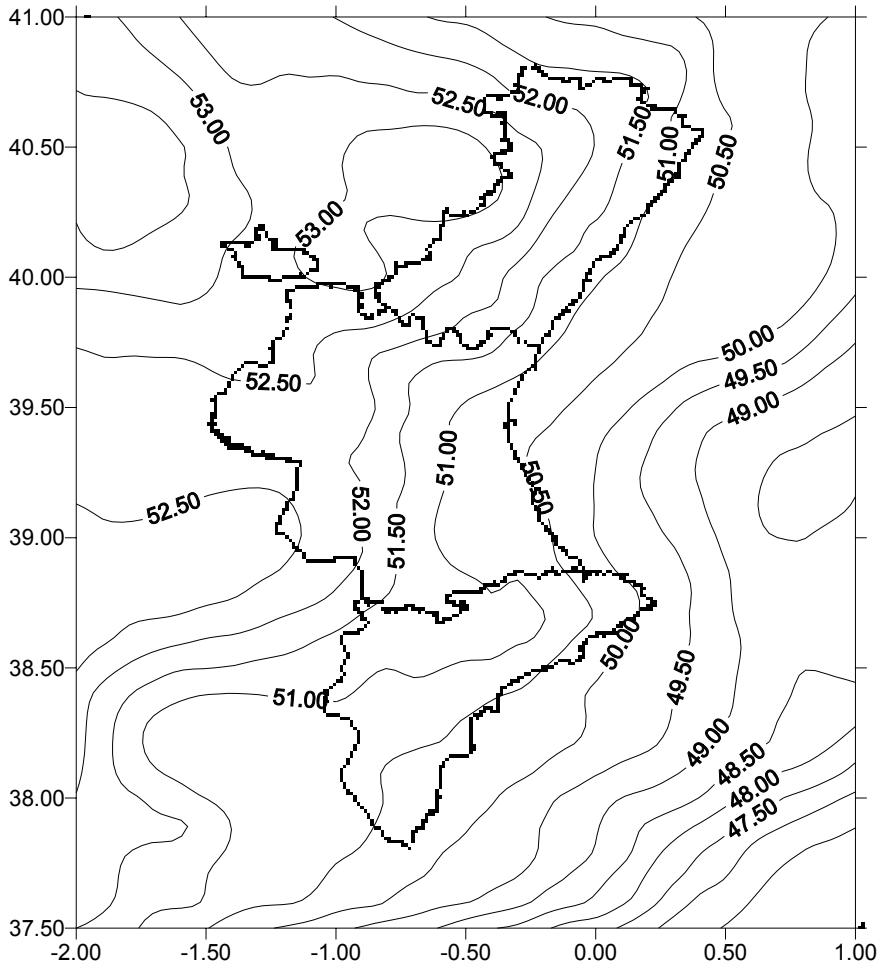


Figura 18.- Modelo de geoide final obtenido. Elipsoide de referencia GRS80.

7. ANALISIS Y AJUSTE DEL MODELO DE GEOIDE

Una vez calculado el modelo de geoide gravimétrico se debe analizar con datos independientes a los de su propio cálculo. Para tal fin se dispone de un total de 11 puntos donde la cota Ortométrica y elipsoidal han sido observadas, la cota ortométrica a partir de vértices de nivelación añadiendo sobre ellos medida de gravedad para la corrección por falta de paralelismo de las superficies equipotenciales y la elipsoidal a partir de observaciones GPS en estático relativo con intervalos de observación de dos horas utilizando 5 receptores a la vez y triangulado sobre vértices con coordenadas conocidas, Martín et al. (2002), figura 19. Con esto se dispone de la ondulación del geoide observada sobre estos puntos que se pueden comparar con la que predice el modelo de geoide gravimétrico, lo cual dará una idea de la precisión del modelo de geoide obtenido, en la tabla 5 se puede ver el resumen estadístico de la comparación de las ondulaciones sobre los modelos EGM96, Lemoine et al. (1998) , IBERGEO2006, Sevilla (2006), EGG97, European Gravimetric Geoid, Denker (1998) , EIGEN-CG03C, IGG2005, Iberian Gravimetric Geoid, Corchete et al. (2005) y el modelo de geoide calculado para la Comunidad Valenciana (GCV07).

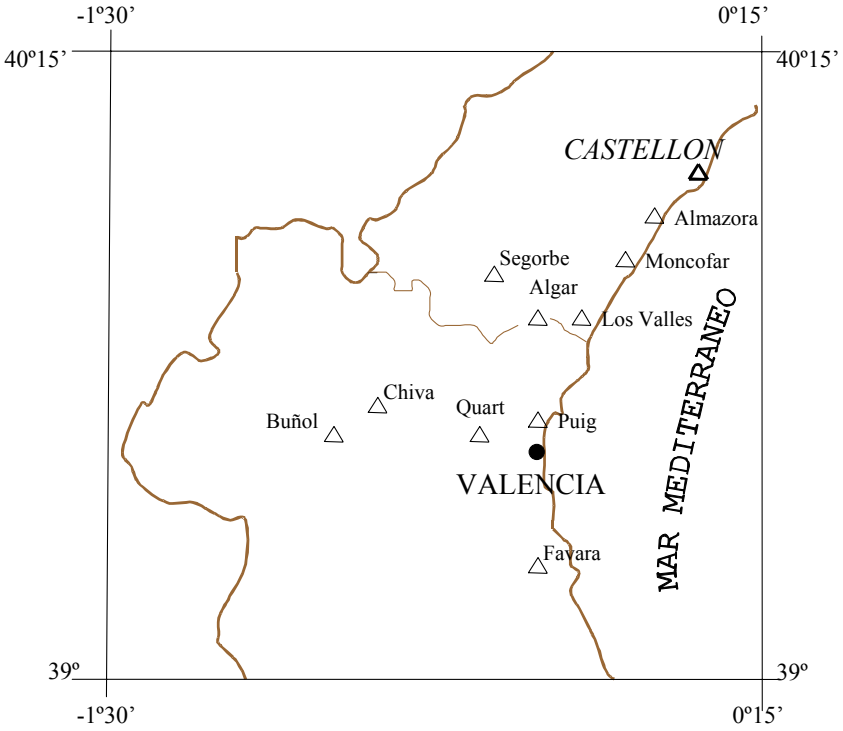


Figura 19-. Puntos GPS/nivelación/Gravedad donde se ha comprobado y ajustado el modelo de geoide calculado.

	EGM96	IBERGEO2006	EGG97	CG03C	IGG2005	GCV07
Media	-0.620	-0.153	-0.876	-0.669	-0.313	-0.746
Desviación	0.242	0.110	0.123	0.201	0.134	0.093
Máximo	-0.149	0.092	-0.642	-0.265	-0.042	-0.583
Mínimo	-0.976	-0.338	-1.061	-0.963	-0.523	-0.887

Tabla 5-. Resumen estadístico de las diferencias entre la ondulación del geoide observada en puntos GPS/Nivelación/Gravedad y la que se predice según diferentes modelos de geoide.

Con estos puntos no solo se podrá comprobar el modelo de geoide calculado, sino que se pueden utilizar para ajustar el modelo de geoide al campo gravitatorio local dotando al modelo de geoide de utilidad práctica (tal y como es necesario actualmente según se ha visto en la introducción de este informe), es decir, recuperando la terminología que la aéreo triangulación proporciona, estos puntos de ondulación directa serán los *puntos de apoyo* para la *orientación absoluta* del modelo de geoide gravimétrico calculado, p.e. Featherstone y Sproule (2006) o Nahavandchi y Soltanpour (2006).

En este sentido se ha utilizado una regresión polinómica para el ajuste, que, en su caso más simple, se transforma en una regresión plana; este método es el más adecuado y realista para el caso de ajustes locales, Jiang y Duquenne (1996) tal como es el caso; así, para el caso de ajuste a un plano, la fórmula a utilizar es, Forsberg (1997), Vermeer (1998), Duquenne (1998), Duquenne (1999):

$$N_{GPS\,/\,Niv./\,Grav.} = N_{modelo} + a_1(\varphi - \varphi_O) + a_2 \cos\varphi_o(\lambda - \lambda_o) + a_3 \qquad (25)$$

Donde a_1, a_2, a_3 son los coeficientes a determinar en el ajuste mínimo cuadrático y φ_o, λ_o son valores medios de la latitud y longitud de la zona de ajuste, con lo que, idealmente, estamos aplicando sobre este punto giros en los dos ejes coordenados, uno en la dirección S-N y otro en la dirección W-E, y un desplazamiento o parte constante; estos dos giros y el desplazamiento llevarán la ondulación modelo a la ondulación observada mediante GPS/Nivelación/Gravedad.

En la tabla 6 se puede ver el resumen estadístico sobre los modelos de geoide de la tabla 5 una vez se ha realizado el ajuste según la ecuación 25.

	EGM96	**IBERGEO2006**	**EGG97**	**CG03C**	**IGG2005**	**GCV07**
Media	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Desviación	0.092	0.079	0.051	0.082	0.094	0.047
Máximo	0.108	0.103	0.059	0.117	0.112	0.059
Mínimo	-0.177	-0.163	-0.128	-0.166	-0.173	-0.109

Tabla 6.- Resumen estadístico de las diferencias entre la ondulación del geoide observada en puntos GPS/Nivelación/Gravedad y la que se predice según diferentes modelos de geoide después del ajuste.

A raíz de las tablas 5 y 6 se puede ver el buen resultado que el modelo de geoide calculado produce sobre estos puntos en comparación con el resto de modelos de geoide, el número más significativo es el de la desviación respecto a la media ya que una media elevada, en este caso, lo único que indica es el offset entre el nivel medio del mar en Alicante, origen de las altitudes ortométricas locales utilizadas en la comparación y ajuste, y el origen del modelo global utilizado en el cálculo del geoide, Rapp (1994).

8. DIFUSIÓN Y EXPLOTACIÓN DEL MODELO.

Como consecuencia del número en aumento de usuarios GPS que aplican técnicas al posicionamiento en tiempo real como la solución RTK de red en la Comunidad Valenciana, se hace necesario, desde la implantación de la red de Estaciones GNSS (ERVA), disponer de herramientas para la obtención de ondulaciones del geoide en consonancia con la precisión obtenible en altitudes elipsoidales (h) con una red de estaciones activa GNSS.

8.1 HERRAMIENTAS EN WEB.

En primer lugar, la finalidad de las utilidades desarrolladas es permitir la interpolación de ondulaciones del geoide de manera tanto masiva como puntual, a través de ejecutables instalables. El rango de la malla abarca desde los 37.5º hasta los 41º en latitud y desde -2ºW hasta 1º E en longitud, cubriendo todo el área autonómica con un paso de malla de 2 x 2 minutos.

La aproximación de los valores de ondulaciones del geoide en puntos dato, se ha implementado a través de la interpolación *bi-lineal* con cuatro coeficientes entre puntos nodales de la malla. La identificación de los puntos nodales se obtiene de manera directa desde la latitud y longitud de los puntos a interpolar y los incrementos de latitud y longitud entre los nodos.

A partir de estos datos se obtienen la fila y columna denominadas con los subíndices *i,j* en la malla del geoide, correspondientes a los nodos cercanos:

Sean $N_{i,j}$, $N_{i,j+1}$, $N_{i+1,j}$, $N_{j+1,i+1}$ las ondulaciones del geoide de los puntos de malla $P_{i,j}$, $P_{i,j+1}$, $P_{i+1,j}$, $P_{j+1,i+1}$, de manera que:

$$N_P = a0 + a1\,x + a2\,y + a3\,xy$$

$$a0 = N_{i+1,j+1}\ ;\ a1 = N_{i+1,j} - N_{i+1,j+1}\ ;\ a2 = N_{i,j+1} - N_{i+1,j+1}\ ;\ a3 = N_{i+1,j+1} + N_{i,j} - N_{i+1,j} - N_{i,j+1}$$

$$x = (\lambda_P - \lambda_{i+1,j+1}) / (\lambda_{i+1,j} - \lambda_{i+1,j+1})\ ;\ y = (\Phi_P - \Phi_{i+1,j+1}) / (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i+1,j+1})$$

En cuanto al lenguaje de programación seleccionado, si bien se han desarrollado ya utilidades que se podrán descargar de la Web del ICV y que se ejecutan del lado del cliente, la adaptación de los algoritmos a las plataformas actuales pasa por la selección de un lenguaje de programación multiplataforma de tecnología de *script* tipo *jsp,* que corra del lado del servidor, de manera que la ejecución se lleve a cabo en línea sobre *Web server*. Otra opción, es la implementación de herramientas para ejecución de la interpolación *quasi-real* en controladores de campo.

Sin embargo, es importante hacer énfasis en el incremento de redes GNSS implantadas en los últimos tiempos y los modernos algoritmos de generación de solución de red RTK tipo *Virtual Reference Station (VRS), Master Auxiliary Concept (MAC) o RTCM3NETWORK*, que proporcionan al usuario en tiempo real unas elevadas precisiones en la obtención de alturas h medidas sobre el elipsoide. Hasta ahora la limitación residía en la incapacidad de aplicar en tiempo real un modelo de geoide de alta resolución. Si bien, son aplicables modelos de geoide en algunos controladores GPS de campo, actualmente un área activa de investigación es la posibilidad de emitir la información geoidal desde el centro de control junto con el resto de información de correcciones diferenciales para DGPS/RTK desde un servidor –*caster* de estaciones GNSS.

A modo de recordatorio, es necesario comentar que las correcciones diferenciales para tiempo real se agrupan en el formato estándar RTCM *(Radio Technical Comission for Maritime Services),* constituyendo un conjunto de mensajes enviados desde el centro de control. La descripción de parte del contenido de la versión RTCM 3.x se adjunta en la tabla 7 *(www.rtcm.org)*:

Group Name	Message Type	Message Description
GPS Observations	*1001,1002*	L1-only GPS RTK Observables & Extended L1-Only GPS RTK Observables
	1003, 1004	L1 & L2 GPS RTK Observables & Extended L1 & L2 GPS RTK Observables
Station Coordinates	*1005,1006*	Stationary Reference Station ARP & Stationary Reference ARP with Antenna Height
Antenna Description	*1007, 1008*	Antenna Descriptor , Antenna Descriptor & Serial Number
GLONASS Observations	*1009,1010*	L1-only & Extended L1 GLONASS
	1011, 1012	L1 & L2 GPS RTK Observables & Extended L1 & L2 GPS RTK Observables
Auxiliary Information	*1013 …*	System Parameters
Transformation Messages	*1021, 1022*	Helmert / Abridged Molodenski & Molodenski-Badekas Transformation

Tabla 7.- Descripción mensajes RTCM 3.x

Recientemente se ha revisado por parte del subcomité internacional SC-104, la versión RTCM 3.x, con el fin de incluir información que contenga ondulaciones del geoide transferibles a los receptores GPS *rover (RTCM Standard 10403.1 - Amendment 1).* Dentro del conjunto de mensajes RTCM, el denominado *1023* es el reservado para este propósito, diseñado para permitir a los usuarios obtener en tiempo real elevaciones ortométricas a partir de un único modelo de geoide administrado por el centro de control de estaciones GNSS. De esta manera, los usuarios obtendrían elevaciones ortométricas de precisión homogénea utilizando un mismo modelo, recibiendo la información geoidal de entre 4-16 nodos cercanos de la malla gestionada por el centro de control.

8.2 OPTIMIZACIÓN DE LA INFRAESTRUCTURA GEODÉSICA PASIVA

La determinación de ondulaciones del geoide permite mejorar el conocimiento de las altitudes ortométricas de la red geodésica autonómica. Recordemos que la red geodésica de Cuarto Orden fue reprocesada y ajustada sobre el elipsoide *GRS80,* Berné y Capilla (2004), con constreñimiento a la solución de REGENTE existente, con la finalidad de comenzar a proporcionar resultados en el Datum ETRS89 *(European Terrestrial Reference System 1989)*, vigente actualmente desde el Real Decreto 1071/2007, de 27 de Julio de 2007.

Posteriormente, la red geodésica de cuarto orden se ha estado reobservando, por parte del Instituto Cartográfico Valenciano, a partir de técnicas VRS en estático enlazándose así a la red GNSS activa actual, con el fin de contrastar datos previos y garantizar así una mayor consistencia, sobre todo en lo que se refiere a la componente altimétrica. Las nuevas h elipsoidales obtenidas, de precisión entre 2-4 cm., junto con el modelo de geoide gravimétrico, proporcionan nuevos valores de altitud ortométrica del territorio, con grandes posibilidades de utilización tal como se ha dicho en la introducción del informe.

9. CONCLUSIONES

En este informe se han detallado los datos y el procedimiento que han conducido a la obtención del modelo de geoide gravimétrico para la Comunidad Valenciana así como su comparación con puntos GPS/Nivelación/Gravedad.

De los resultados obtenidos se concluye la adecuación de la metodología empleada y la mejora del modelo obtenido en comparación con otros modelos de geoide que contienen a la Comunidad Valenciana dentro de su definición, apartado 7, tablas 5 y 6; esto es debido, probablemente, a la utilización de un modelo geopotencial global mejor y a la utilización de un modelo digital de elevaciones y batimétrico de mayor precisión y resolución en comparación con los utilizados por el resto de modelos del análisis.

Por último cabe destacar la importancia práctica que se le desea dar al modelo de geoide calculado, de manera que pueda ser de acceso gratuito a través de Internet (cabe recordar que el modelo está bajo protección de la propiedad intelectual) y que pueda transmitirse a través de la información de correcciones diferenciales para DGPS/RTK desde un servidor –*caster* de estaciones GNSS a través del formato estándar RTCM. El modelo disponible no está ajustado a puntos GPS/Nivelación/Gravedad al no disponer de puntos de este tipo que cubran la Comunidad Valenciana por completo.

10. REFERENCIAS

Ballesteros, M., Muñoz, A., Acosta, J., Herranz, P., Palomo, C. (2000): "Descripción morfológica basada en batimetría multihaz de tres montes submarinos entre las islas de Mallorca e Ibiza". II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, 635-636.

Berné, J.L., Capilla, R.M. (2004): "Adopcion del sistema ETRS89 en la Red Geodésica Autonómica de Valencia". IV Asamblea Hispano –Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Figueira da Foz. Portugal

Capilla, R., Berné, J.L., García, F. (2002): "Infraestructura Geodésica en la Comunidad Valenciana." III Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Proceedings, 155-159.

Capilla, R.M., Blat Puchades, E., Saa Gonzalez JM, Bretos Blanch J.J. (2006): "Arquitectura y servicios de la red de Estaciones GPS/GNSS de Valencia". Quinta Asamblea Hispano –Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Sevilla 2006. ISBN : 84 8320 373 1.

Carbó, A., Muñoz-Martín, A., Llans, P., Alvarez, J. (2003): "gravity analysis offshore the Canary islands from a systematic survey." Marine Geophysical Researches, 24, 113-127.

Denker, H., Barriot, J.P., Barzaghi, R., Forsberg, R., Idhe, J., Kenyeres, A., Marti, U. and Tziavos J.N. (2005): "Status of the European gravity and geoid project EGGP." International Association of geodesy symposia*, Series#129: Gravity, Geoid and Space Missions*, 125-130.

Dermanis, A. (1984): "Kriging and collocation-A comparison." Manuscr. Geod., 9: 159-167.

Die Ramón, Javier, Esteso Moya, Elena; Capilla Romà, Raquel M. (2007): "Diseño, aplicaciones integradas y rendimiento de la red activa. GPS/GNSS de Valencia." 7 Setmana Geomàtica. Dep Legal: B 9432 2007. Febrero 2007 – Barcelona.

Duquenne, H. (1998): "QGF98, a new solution for the quasigeoid in France. *Second continental workshop on the geoid in Europe."* Reports of the Finnish Geodetic Institute nº 98:4, 251-255.

Duquenne, H. (1999): "Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a levelled GPS data set by statistical analysis." Physics and Chemistry of the Earth (A). Vol. 24 nº 1, 79-83.

Ecker E., Mittermayer E. (1969): *Gravity corrections for the influence of the atmosphere*. Bolletino di geofisica teorica ed applicata. Vol XI, nº 41-42, pp 70-80.

Featherstone, W.E., Sproule, D.M. (2006): "fitting AUSGeoid98 to the Australian height datum using GPS-levelling and least-squares collocation application of a cross-validation technique." Survey review, vol.38, nº301.

Forsberg, R. (1997): "Geoid information and GPS – a review and nordic status." International school for the determination and use of the geoid. Rio de Janeiro.

Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Barthelmes, F., König, R., Neumayer, K.H., Rothacher, M., Reigber, Ch., Biancale, R., Bruinsma, S., Lemoine, J.M. and Raimondo J.C. (2005): "A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data." EGU General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24-29, Abril 2005.

Gili, A. J., Puig, C., Buill, F., Lantada, N., López, R., González, S. (2000): "Estimación de un modelo de geoide local para navegación y posicionamiento GPS de precisión en la marisma de Doñana." IV Setmana Geomàtica "Cartografía y Navegación", Sitges, 325-335.

González, J., Dalda, A. (2003): "Modelos de transformación entre ED50 y ETRS89." 5ª Setmana Geomàtica de Barcelona. Actas. En CD.

Heiskanen, W.A., Moritz H. (1985): "Geodesia Física", IAG. IGN.

Hipkin, R. (2000): "Modelling the geoid and sea-surface topography in coastal areas." Physics and chemistry of the Earth (A), vol. 25, 1, 9-16.

Huang, J., Véronneau, M. (2005): "Applications of downward-continuation in gravimetric geoid modeling: case studies in Western Canada." Journal of Geodesy, 79: 135-145.

Jiang, Z., Duquenne, H. (1996): "On the combined adjustment of a gravimetrically determined geoid and GPS levelling stations." Journal of Geodesy nº 70, 505-514.

Kiamehr, R. (2006): "A strategy for determinig the regional geoid by combining limited ground data with satellite-based global geopotential and topographical models: a case study in Iran." Journal of Geodesy, 79: 602-612.

Kilicoglu, A. (2005): "Gravity anomaly map over de Black Sea using corrected Sea Surface Heights from ERS1, ERS2 and TOPEX/POSEIDON satellite altimetry missions." Studia Geophysica et Geodaetica, Vol. 49, 1-12.

Knudsen, P., (1985): "Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data." Bulletin Géodésique., 61, 145-160.

Lemoine, FG., Kenyon, S.C., Factor, J.K., Trimmer, R.G., Pavlis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Pavlis, E.C., Rapp, R.H., Olson, T.R. (1998): "The development of the joint NASA GSFC and the national imagery and mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96." NASA/TP-1998-206861, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD.

Li, J., Sideris, M.G. (1997): "Marine gravity and geoid determination by optimal combination of satellite altimetry and shipborne gravimetry data." Journal of Geodesy, 71(4): 209-216.

Martín, A., Anquela, A.B., Berné, J.L., Padín, J., García, F., (2002): "Análisis y ajuste de modelos de geoide en la Comunidad Valenciana." 3ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Valencia, Proceedings, Tomo I: 177-181.

Martín, A., Padín, J. (2004): "Establecimiento de la red gravimétrica de la Provincia de Valencia." Ed. Universidad Politécnica de Valencia.

Martín, A., Anquela, A.B., Padín, J., Berné, J.L. (2005): "Detection of local geoid deformations by gravity disturbances from GPS/gravimetric observations." Studia Geophysica et Geodaetica, Vol. 49, 43-62.

Martín, A., Navarro, R., Anquela, A.B., Berné, J.L. (2007): "Modelo digital batimétrico de la zona marítima de la Comunidad Valenciana." Mapping, 120.

Martín, A., Anquela, A.B., Padín, J., Baselga, S. (2008): "Some notes and numerical comparisons on gravity anomalies interpolation." Survey Review, en prensa.

Montesinos, G. (2003): "Pasos preliminares para la determinación del geoide local de alta precisión en la Comunidad Valenciana: Comprobación y Validación de una base de datos gravimétrica." Proyecto final de carrera, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Geodésica, Cartográfica y Topográfica, Universidad Politécnica de Valencia.

Moritz, H. (1980): "Advanced Physical Geodesy." Wichmann, Karlsruhe.

Moritz, H. (1984): "Geodetic Reference System 1980." Bulletin Géodésique nº 58, pp 187-192

Muñoz, A., Acosta, J., Palomo, C., Herranz, P., Sanz, J.L., Molinero, J., Gómez, R., Bécares, M.A., Uchupi, E. (1998): "Datos batimétricos y sísmicos en el ámbito de la investigación de la zona económica exclusiva española." 1ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Almería, en CD.

Nahavandchi, H., Soltanpour, A. (2006): "Improved determination of heights using a conversion surface by combining gravimetric quasigeoid/geoid and GPS-levelling height differences." Journal of Geodesy, 50(2): 165-180.

Pavlis, E.C. (1998): "On the reference frames inherent in the recent geopotential models." Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute nº 98:4, 29-39.

Rapp, R.H. (1994): "Separation between reference surfaces of selected vertical datums." Bulletin Géodésique, 66, 26-31.

Sánchez, J.A. (2000): "Determinación del geoide de las Islas Canarias mediante GPS y nivelación." 2ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Lagos, Portugal, en CD.

Sandwell, D.T., Smith, W.H.F., Gille, S., Jagne, S., Soofi, K., Coakley, B. (2001): "Bathymetry from space: white paper in support of a high-resolution, ocean altimeter mission." http://topex.ucsd.edu/.

Sandwell, D.T., Smith, W.H.F. (1997): "Marine gravity anomaly from Geosat and ERS1 satellite altimetry." Journal of Geophysical Research, Vol. 102, nºB5, 10039-10054.

Sandwell, D., Smith, W.H. (2001): "Bathymetric Estimation." Dentro de: Fu, L.L., Cazenave, A. Editores: Satellite Altimetry and Earth Science. Ed. Academic Press, 441-457.

Sansó, F., Tscherning, C.C. (2003): "Fast spherical collocation: theory and examples." Journal of Geodesy, 77(1-2): 101-112.

Schwarz, K.P., Sideris, M.G., Forsberg, R. (1990): "The use of FFT techniques in Physical Geodesy." Geophysical Journal International, 100, 485-514.

Seeber, G. (2003): "Satellite Geodesy." 2nd Edition. Ed. Walter de Gruyter.

Sevilla. M.J. (2006): "Nuevo geoide centimétrico de la península Ibérica". Topografía y Cartografía Vol. XXIII nº 135. pp. 3-10. Madrid 2006.

Sjöberg, L.E. (2005): "A discussion on the approximations made in practical implementation of the remove-compute-restore technique in regional geoid modelling." Journal of Geodesy, 78: 645-653.

Smith, W.H., Sandwell, D. (1997): "Global Sea Floor Topography from Satellite Altimetry and Ship depth soundings." Science. Vol 277, 1956-1962.

Tapley, B.D., Bettadpur, S., Ries, J.C., Thompson, P. and Watkins M.M. (2004): "GRACE measurements of mass variability in the Earth System." Science, 305: 503-505.

Tscherning, C.C., Rapp, R.H., Goad, C. (1983): "A comparison methods for computing gravimetric quantities from high degree spherical harmonic expansions." Manuscripta Geodaetica, Vol. 8: 249-272.

Tscherning, C.C. (1991): "A strategy for gross-error detection in satellite altimeter data applied in the Baltic-Sea for enhanced geoid and gravity determination." En: Rapp RH y Sansó F. (eds.) Determination of the Geoid. Present and Future, International association of Geodesy Symposia, Springer-Verlag, Vol. 106: 95-107.

Torge, W. (1989): "Gravimetry". Ed. Walter de Gruyter, Berlín-New York.

Torge, W. (2001): "Geodesy". 3rd edition. Ed. Walter de Gruyter, Berlín-New York.

Vanicek, P., Christou, N.T. (1994): "Geoid and its geophysical interpretations." CRC Press.

Vermeer, M. (1998): "The geoid as a product." Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute nº 98:4, 63-69.

Wichiencharoen, C. (1982): "The indirect effects on the computation of geoid ondulations." Rep. 336, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.

Anejo I: Transformación entre los marcos de referencia ED50 y WGS84

Para la transformación se han utilizado las coordenadas en ambos marcos de referencia de los vértices de la red Regente que cubre el área de la Comunidad Valenciana y alrededores (incluyendo las Islas Baleares), las coordenadas en WGS84 (o ETRF89) se han obtenido de la página Web http://www.cnig.es, y en ED50 de la página Web http://www.ign.es, figura 20.

Dado que únicamente nos interesan las coordenadas latitud y longitud, se han utilizado ecuaciones polinómicas de manera que las heterogeneidades de la red son absorbidas mucho más eficazmente (Capilla et al. 2002, González y Dalda 2003).

Las expresiones utilizadas son de la forma:

$$a_0 + a_1 u + a_2 v + a_3 u^2 + a_4 uv + a_5 v^2 + \ldots + a_{nn} u^n v = \Delta\varphi$$
$$b_0 + b_1 u + b_2 v + b_3 u^2 + b_4 uv + b_5 v^2 + \ldots + b_{nn} u^n v = \Delta\lambda$$

Donde:

$u = k(\varphi - \varphi_m)$ = Latitud normalizada del punto.

$v = k(\lambda - \lambda_m)$ = Longitud normalizada del punto.

k = Factor para pasar de grados a radianes.

(φ_m, λ_m) = Latitud y Longitud media del área de cálculo.

$\Delta\varphi = \varphi_{ETRS89} - \varphi_{ED50}$ Para pasar de ED50 a ETRF89 (igual al WGS84 a nivel práctico).

$\Delta\lambda = \lambda_{ETRS89} - \lambda_{ED50}$ Para pasar de ED50 a ETRF89 (igual al WGS84 a nivel práctico).

La elección del polinomio óptimo siempre es una decisión delicada, en este caso se ha optado por el método de introducción progresiva término a término empezando el análisis a partir del grado 5 y dejando siete puntos para la comprobación de los resultados. Desde el primer momento siete vértices situados en las Islas Baleares y otro cerca de la ciudad de Castellón presentaron residuos superiores al resto de los vértices, el análisis estadístico del ajuste indicaba que se trataban de puntos mal controlados con posibles errores groseros. El análisis acabó llegado el grado 9, para el cuál, a excepción de los puntos ya citados y que se eliminaron del ajuste final, ningún residuo tanto en latitud como en longitud superaba el metro, precisión suficiente para el fin perseguido en este proyecto. Este grado coincide con el obtenido en otros trabajos sobre la misma zona de cálculo, (Capilla et al. 2002). En los puntos de comprobación, los valores máximos de los residuos de la transformación han sido de 20 centímetros en latitud y 80 centímetros en longitud.

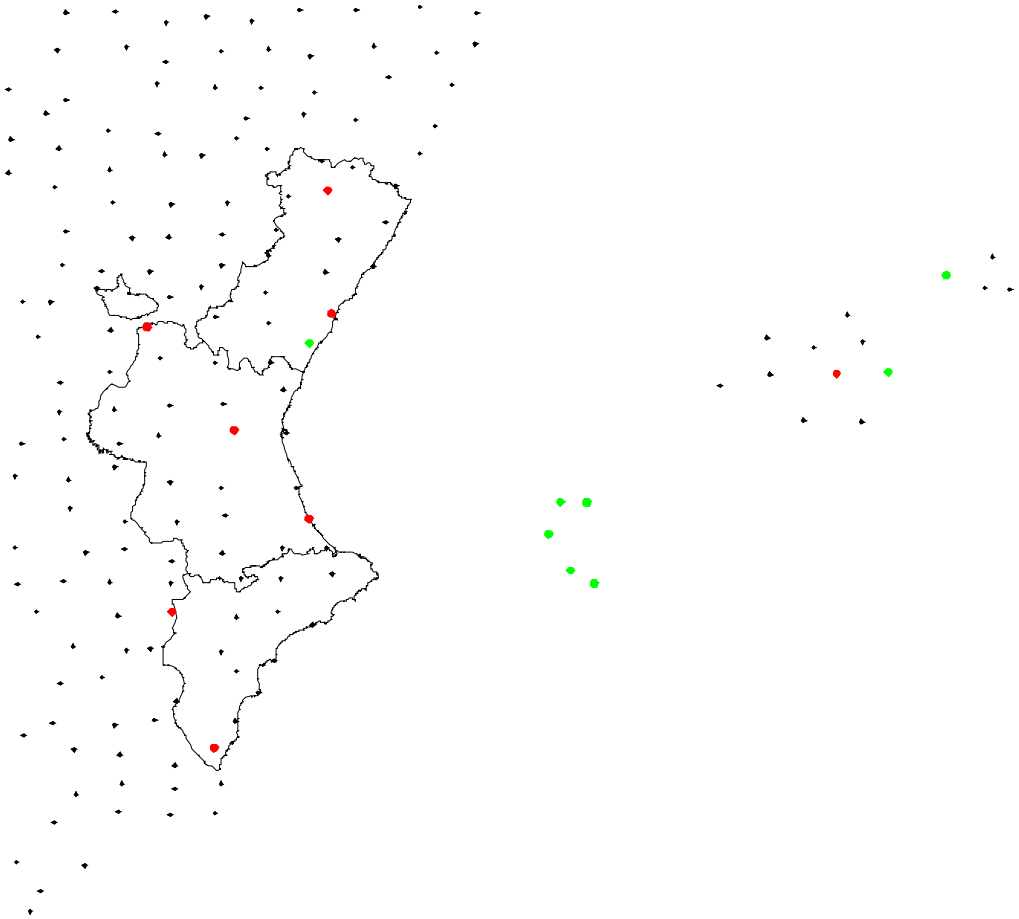


Figura 20.- Vértices de la red Regente utilizados en la transformación de coordenadas. En rojo puntos utilizados para comprobar los resultados y en verde puntos que no se han utilizado por ser sospechosos de error grosero.